

DISEÑO HIDRÁULICO DE SISTEMAS DE DRENAJE OPERADOS POR BOMBEO

JOSÉ LUIS SÁNCHEZ BRIBIESCA *
ÓSCAR ARTURO FUENTES MARILES *
JESÚS GRACIA SÁNCHEZ *

RESUMEN	iv
1. INTRODUCCIÓN	1
2. FUNDAMENTOS	3
2.1 <i>Geometría de un conducto de sección circular</i>	3
2.2 <i>Funcionamiento hidráulico de una confluencia</i>	5
2.3 <i>Funcionamiento hidráulico de un canal con flujo permanente e ingresos laterales</i>	7
2.4 <i>Hidrología</i>	8
2.5 <i>Operación de las bombas</i>	10
2.6 <i>Funcionamiento de un conducto en régimen transitorio</i>	12
3. METODOLOGÍA	17
4. EJEMPLO NUMÉRICO	21
5. CONCLUSIONES	29
REFERENCIAS	31
APÉNDICE (programas de cálculo)	33

ABSTRACT

A procedure to design pumped drainage system is described. Allowance is made for the stored fluid in the pipes as well as the transient operation with the system-pump characteristic curves.

RESUMEN

En este trabajo se describe un procedimiento para diseñar sistemas de drenaje por bombeo, teniendo en cuenta el almacenaje y el flujo transitorio en los conductos, así como el funcionamiento de las bombas de acuerdo con sus curvas de operación.

1. INTRODUCCIÓN

En México se plantea cada vez con mayor frecuencia, el problema de drenar zonas urbanas deprimidas donde la única posibilidad es el bombeo. Para lograr un diseño económico y razonablemente seguro es necesario tomar en cuenta la capacidad de almacenaje de los conductos, el hecho de que el flujo en ellos es transitorio y que el funcionamiento de las bombas dependerá de sus curvas de operación.

En forma práctica, el problema que se plantea es el siguiente: si se tiene una cierta área que es drenada a través de un sistema de tubos, y la única forma de extraer el agua a la salida es por bombeo, se requiere del diseño de la tubería principal de drenaje y del sistema de bombeo compatible, que garantice un funcionamiento eficiente y seguro al menor costo posible.

Para ilustrar la forma de establecer un modelo de simulación que permita escoger soluciones adecuadas al problema, este trabajo se presenta en cuatro capítulos además de la introducción. En el segundo, se detallan los fundamentos e hipótesis en que se basa el modelo; en el tercero, se indica la forma de emplearlo; en el cuarto, se incluye un ejemplo numérico y, en el quinto, se presentan las principales conclusiones.

Complementa este trabajo un apéndice donde se consignan los programas de cómputo que en él se describen.

2. FUNDAMENTOS

2.1 Geometría de un conducto de sección circular

En la fig 2.1.1 se muestra la sección transversal de un conducto circular donde se indican dos posibles tirantes, uno, y_I , menor que R_0 (el radio de la sección) y otro, y_s , mayor que este. Para cualquier tirante el semiancho de la superficie libre estará definido por

$$B_0 = \sqrt{R_0^2 - (R_0 - y)^2} \quad (2.1.1)$$

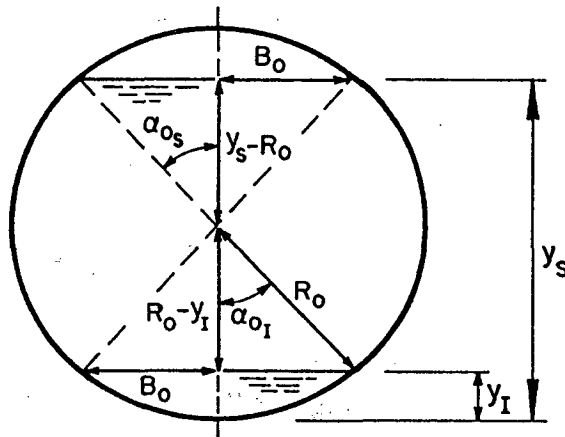


Fig 2.1.1

Por otra parte, los ángulos α_0 que se señalan en la figura estarán dados por

$$\alpha_{0I} = \arctan (B_0 / (R_0 - y_I)) \quad (2.1.2a)$$

$$\alpha_{0S} = \text{ang tan } (B_0 / (y_S - R_0)) \quad (2.1.2b)$$

Si los ángulos α_0 se expresan en radianes, las áreas quedarán definidas por

$$F_I = R_0^2 \alpha_0 - B_0 (R_0 - y_I) \quad (2.1.3a)$$

$$F_S = R_0^2 (\pi - \alpha_0) + B_0 (y_I - R_0) \quad (2.1.3b)$$

y los radios hidráulicos como

$$RH_I = F_I / (2 R_0 \alpha_{0I}) \quad (2.1.4a)$$

$$RH_S = F_S / (2 R_0 (\pi - \alpha_{0S})) \quad (2.1.4b)$$

Para facilitar los cálculos que se describen en el inciso 2.6 es conveniente considerar (*Chaudry, 1979*) que según se indica en la fig 2.1.2 el conducto se prolonga hacia arriba con sección rectangular de ancho $0.2 R_0$. De acuerdo con esta idea el ángulo α_L mostrado en la figura tendrá por valor

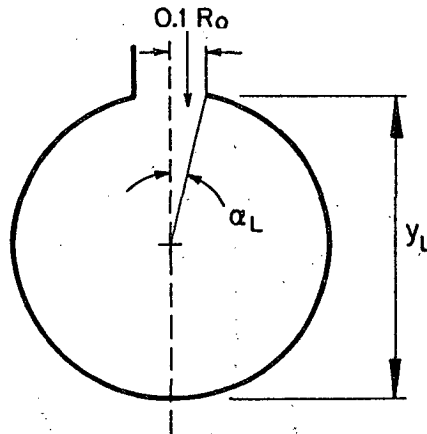


Fig 2.1.2

$$\alpha_L = \text{ang sen } (0.1 R_0 / R_0) = 5.73917^\circ$$

Y con ello el tirante y_L correspondiente será

$$y_L = R_0 (1 + \cos \alpha_L) = 1.995 R_0 \quad (2.1.5)$$

Para este tirante límite el área hidráulica y el perímetro mojado serán respectivamente

$$F_L = R_0^2 (\pi (1 - \alpha_L / 180) + 0.1 \cos \alpha_L) = 3.1409 R_0^2$$

y

$$P_L = 2\pi R_0(1 - \alpha_L / 180) = 6.08285 R_0$$

De esta manera, para tirantes mayores que y_L el área y el radio hidráulicos estarán dados por

$$F_P = 2.7419 R_0^2 + 0.2 R_0 y \quad (2.1.6)$$

y

$$R_{HP} = F_P / (2.0929 R_0 + 2y) \quad (2.1.7)$$

2.2 Funcionamiento hidráulico de una confluencia

En la fig 2.2.1 se muestra la planta de una confluencia en un canal rectangular de ancho b a donde ingresa el gasto lateral q_L . Si se recuerda que la fuerza es el cambio en el tiempo de la cantidad de movimiento y se usa el teorema de D'Alembert entre las secciones A y D antes y después de la confluencia se tendrá que

$$b \frac{y_A^2}{2} + \frac{Q - q_L}{g} V_A + \frac{Q - q_L}{g} (V_D - V_A) + V_A \frac{q_L}{g} = b \frac{y_D^2}{2} + \frac{Q V_D}{g} \quad (2.2.1)$$

Al simplificar esta ecuación se obtiene

$$\frac{2q_L}{gb} (V_A - V_D) = y_D^2 - y_A^2 \quad (2.2.2)$$

De manera que si se establece que $q_L = KQ$, $\eta = y_A/y_D$, $F_{RD} = V_D^2/gy_D$ y se tiene en cuenta que $V_A = \frac{Q - q_L}{by_A}$ y $V_D = \frac{Q}{by_D}$, de la ec 2.2.2 se obtiene

$$\eta^3 - (1 + 2KF_{RD})\eta + 2K(1 - K)F_{RD} = 0 \quad (2.2.3)$$

Esta ecuación cúbica puede resolverse fácilmente empleando, por ejemplo, el método de Newton. En los ejemplos desarrollados se encontró aconsejable iniciar el cálculo con $\eta = 1.5$.

De esta forma, conociendo las características hidráulicas aguas abajo de la confluencia es posible determinar las correspondientes antes de ella. Para aclarar lo que esto significa, supóngase un sistema de canales como el mostrado en la fig 2.2.2, donde los canales 1, 2 y 3 tienen el ancho de plantilla b y el 4, B .

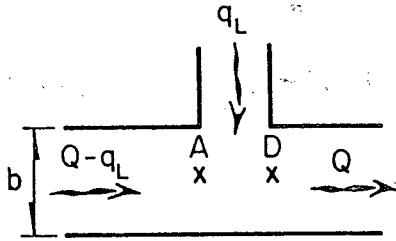


Fig 2.2.1

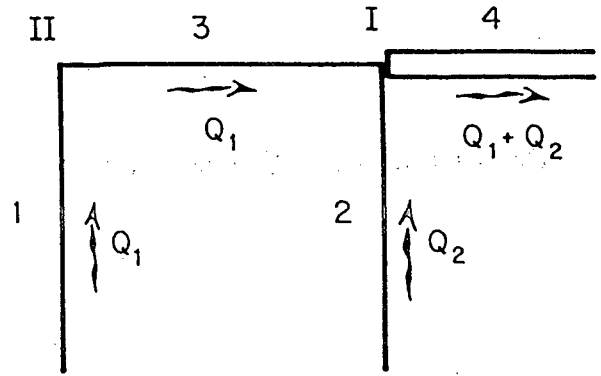


Fig 2.2.2

Para la confluencia I allí mostrada se tendrá que

$$K = \frac{Q_2}{Q_1 + Q_2}, \quad V_{DI} = \frac{Q_1 + Q_2}{By_{DI(4)}}, \quad F_{RD(4)} = \frac{V_{DI}^2}{gy_{DI}}$$

De modo que al resolver la ec 2.2.3 se podrá conocer η_I y hacer que $y_{AI(4)} = \eta_I y_{DI(4)}$

Después, para conocer las velocidades en la confluencia en las secciones terminales de los canales 2 y 3, considerando que $K = 0$ en ellos, se tendrá que

$$V_{AI(2)} = \frac{Q_1}{by_{AI(4)}} \quad \text{y} \quad V_{AI(3)} = \frac{Q_2}{by_{AI(4)}}$$

En cambio, para la confluencia II ($K = 1$)

$$V_{DII(2)} = \frac{Q_1}{by_{DII(2)}} \quad \text{y} \quad F_{RDII} = \frac{V_{DII(2)}^2}{gy_{DII(2)}}$$

por lo cual

$$\eta_{II} = \sqrt{1 + 2F_{RDII}} \quad \text{y} \quad y_{AII(2)} = \eta_{II} y_{DII(2)}$$

de modo que la velocidad en la sección terminal del canal 1 será

$$V_{AII(1)} = \frac{Q_1}{by_{AII(2)}}$$

Por lo demás, supuesto que un conducto circular pudiera entrar en carga para un determinado gasto Q , mediante la fórmula de Manning es posible escoger el diámetro necesario para que el conducto no entre en carga, de modo que para una pendiente hidráulica¹ S y una rugosidad n se tendría que

$$Q = \frac{\pi}{4} \frac{d^2 S^{1/2}}{n} \left(\frac{d}{4} \right)^{2/3}$$

de donde puede deducirse que

$$d = \left(\frac{4^{5/3} n Q}{\pi S^{1/2}} \right)^{3/8} \quad (2.3.1)$$

2.4 Hidrología

En algunos lugares del país (*Domínguez et al, 1982*) se ha visto que un hidrograma triangular con tiempo de receso T_R , aproximadamente igual al de concentración T_c representa adecuadamente el ingreso a un sistema de drenaje. Por otra parte, el tiempo base $T_B = T_c + T_R$ puede considerarse como una característica de la cuenca de captación independientemente de la altura de lluvia h_{LL} , la cual suele tener una variación logarítmica con el periodo de retorno t_r , con fórmulas del tipo

$$h_{LL} = b_0 + b_1 \ln t_r \quad (2.4.1)$$

De esta manera, si el área por drenar es A_c y el coeficiente de escurrimiento es C , el gasto de pico, según se indica en la fig 2.4.1 será

$$Q_{P(T)} = \frac{2 A_c C h_{LL}}{T_B} \quad (2.4.2)$$

Ahora bien, para tener una primera idea del gasto medio de bombeo cuando ocurra una tormenta con cierta altura h_{LL} , se debe considerar que en un conducto de área transversal A_{CON} y longitud L_{CON} , el volumen será $V_{CON} = A_{CON} L_{CON}$, pero de este una parte estará ocupada por el agua residual que circule en el conducto (V_{OCP}). Este volumen V_{OCP} podrá determinarse con los datos de gastos residuales y las ideas expuestas en el subcapítulo anterior. Así, el volumen de almacenaje disponible será $V_{DIS} = V_{CON} - V_{OCP}$.

¹ Un caso particular se tendría si la pendiente hidráulica coincide con la pendiente geométrica del conducto.

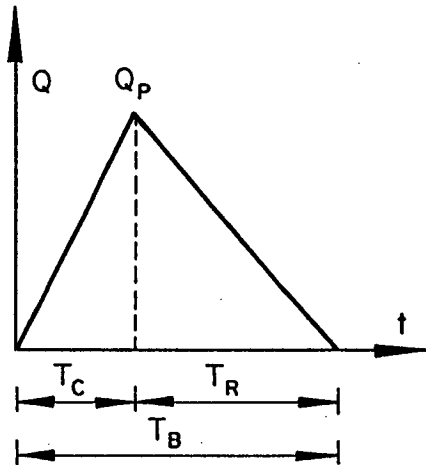


Fig 2.4.1

En estas condiciones, el gasto de aguas residuales q_B puede considerarse como gasto base y, supuesto que el bombeo se inicie en el tiempo t_I mostrado en la fig 2.4.2, se tendrá que

$t_{IM} = 2 t_I$ y con ello que si el gasto medio por bombear es $Q_B = q_B + Q_{BM}$, se podrán establecer las relaciones

$$t_{IM} = \frac{Q_{BM}}{Q_{P(T)}} T_C \quad (2.4.3a)$$

y

$$t_F = \frac{Q_{BM}}{Q_{P(T)}} T_R \quad (2.4.3b)$$

Por tanto, podrá considerarse que para que el volumen correspondiente al área sombreada en la fig 2.4.2 sea igual al volumen de almacenaje disponible V_{DIS} se requiere que

$$[(T_C - t_{IM}) + (T_R - t_F)] \frac{Q_{P(T)} - Q_{BM}}{2} = V_{DIS} \quad (2.4.4)$$

Si se sustituyen las igualdades 2.4.3 en 2.4.4 se obtiene

$$Q_{BM}^2 - 2Q_{P(T)}Q_{BM} + Q_{P(T)}^2 - \frac{2Q_{P(T)}V_{DIS}}{T_B} = 0 \quad (2.4.5)$$

Esta ecuación permite calcular Q_{BM} y con ella determinar el gasto medio de bombeo como antes se indicó.

De la sustitución de las ecs 2.5.3 y 2.5.5 en 2.5.4 y haciendo

$$Z_Z = K_B (y_{Fj} + Z_B)^{\gamma-1} \quad (2.5.6)$$

se puede concluir que

$$\bar{Q} = Z_Z [(1 - \theta\gamma)y_{Fj} + Z_B] + \theta\gamma Z_Z y_{Fj+1} \quad (2.5.7)$$

2.6 Funcionamiento de un conducto en régimen transitorio

Para determinar los tirantes y las velocidades en un conducto con régimen transitorio es conveniente subdividirlo en tramos mediante secciones que, de preferencia, sean equidistantes. En la fig 2.6.1 se muestra un tramo de canal y se indican las secciones $I-1$, I e $I+1$ entre las cuales los desniveles de plantilla son Δz . Como allí se indica, en cada sección se considera una velocidad de "llegada" $V(I)$ y una de "salida" $U(I)$ que pueden calcularse (Sánchez y Fuentes, 1986) mediante las expresiones

$$U(I)_{j+1} = P(I)_j y_{I+1j+1} + Q(I)_j y_{Ij+1} + R(I)_j \quad (2.6.1)$$

y

$$V(I)_{j+1} = S(I-I)_j y_{Ij+1} - T(I-I)_j y_{I-1j+1} + W(I-I) \quad (2.6.2)$$

En estas ecuaciones las literales en (j) se suponen definidas en el instante t y las $j+1$ en el $t+\Delta t$.

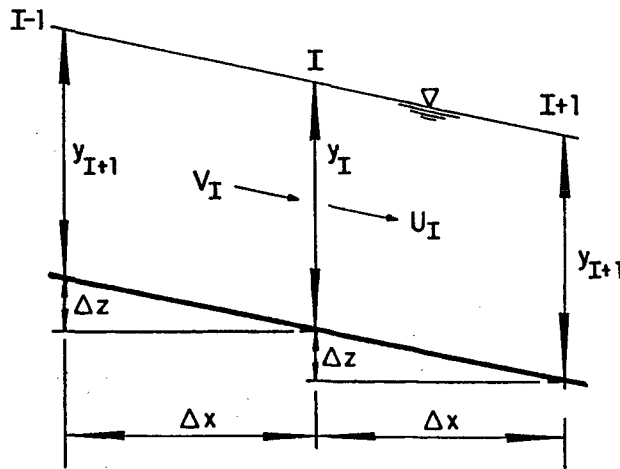


Fig 2.6.1

Para calcular los coeficientes P , Q , R , S , T , y W , conocidos los valores del tirante y las velocidades de llegada y salida en cada sección en el instante de cálculo j , se empieza por calcular los valores del ancho de superficie libre $B(I) = 2 B_0$, así como el área y el radio hidráulico $F(I)$ y $RH(I)$ en cada sección por medio de las ecuaciones del inciso 2.1.

El intervalo de tiempo Δt debe escogerse según la equidistancia Δx , de acuerdo con la condición de Courant. Si n es el coeficiente de rugosidad según Manning, Θ es un factor de peso y g es la aceleración de la gravedad, se tendrá que

$$RM = ((RH(I) + RH(I+1))/2)^{2/3} \quad (2.6.3a)$$

$$CA = -((V(I+1) - U(I) + \Delta x/\Delta t)/g + (\Delta x/2) \left| U(I) + V(I+1) \right| \frac{1}{(n/RM^2)/2\Theta}) \quad (2.6.3b)$$

$$CC = ((1 - \Theta)(y_{i+1,j} - y_{i,j}) - \Delta z - \Delta x/\Delta t (U(I) + V(I+1))/2g)/\Theta \quad (2.6.3c)$$

$$CB = (B(I) + B(I+1))\Delta t/4\Delta t \quad (2.6.3d)$$

$$CD = CB (y_{i,j} + y_{i+1,j}) \quad (2.6.3e)$$

$$SA = F(I) + F(I+1) \quad (2.6.3f)$$

$$C1 = (CA) (SA) \quad (2.6.3g)$$

$$P(I) = CB/SA + F(I+1)/C1 \quad (2.6.3h)$$

$$Q(I) = CB/SA - F(I+1)/C1 \quad (2.6.3i)$$

$$R(I) = (CC) F(I+1)/C1 - CD/SA \quad (2.6.3j)$$

$$S(I) = F(I)/C1 - CB/SA \quad (2.6.3k)$$

$$T(I) = F(I)/C1 + CB/SA \quad (2.6.3l)$$

$$W(I) = (CC) F(I)/C1 + CD/SA \quad (2.6.3m)$$

Si en la sección I de la fig 2.6.1 hubiera un cambio de sección, habrá que tener en cuenta este hecho para calcular el ancho de superficie libre, así como las áreas y radios hidráulicos con las características geométricas correspondientes, aun cuando el tirante $y(I)$ fuera común.

Por otra parte, en el supuesto de un cambio de sección, por el principio de continuidad en la sección I podrá establecerse que

$$\begin{aligned}
 & (P(I) y_{I+I_{j+I}} + Q(I) y_{I_{j+I}} + R(I)) F(I+I) = \\
 & = (S(I+I) y_{I_{j+I}} - T(I-I) y_{I-I_{j+I}} + W(I-I)) F(I)
 \end{aligned}$$

De donde podrá determinarse una ecuación lineal no homogénea que relacione a los tirantes, en la etapa de cálculo $j+I$ de las secciones $I-I$, I e $I+I$

$$A(I, I-I) y_{I-I_{j+I}} + A(I, I) y_{I_{j+I}} + A(I, I+I) y_{I+I_{j+I}} = B(I)$$

donde

$$A(I, I-I) = T(I-I) F(I)/F(I+I) \quad (2.6.4a)$$

$$A(I, I) = Q(I) - S(I-I) F(I)/F(I+I) \quad (2.6.4b)$$

$$A(I, I+I) = P(I) \quad (2.6.4c)$$

$$B(I) = W(I-I) F(I)/F(I+I) - R(I) \quad (2.6.4d)$$

En la fig 2.6.2 se muestra el caso en que, en la sección I ingresa un gasto lateral Q_I , de modo que el tirante en esa sección inmediatamente después de la confluencia es y_I , e inmediatamente antes es y_{ZI} . En tal caso podrá establecerse que en la etapa de cálculo j , de acuerdo con las ideas expuestas en el inciso 2.2

$$K = Q_{Ij} / U_{Ij} F(I)_j \text{ y } F_{RD} = U_{Ij}^2 / g y_{Ij}$$

de modo que con la ec 2.2.3 podrá calcularse η_I y así establecer que $y_{zIj} = \eta_I y_{Ij}$.

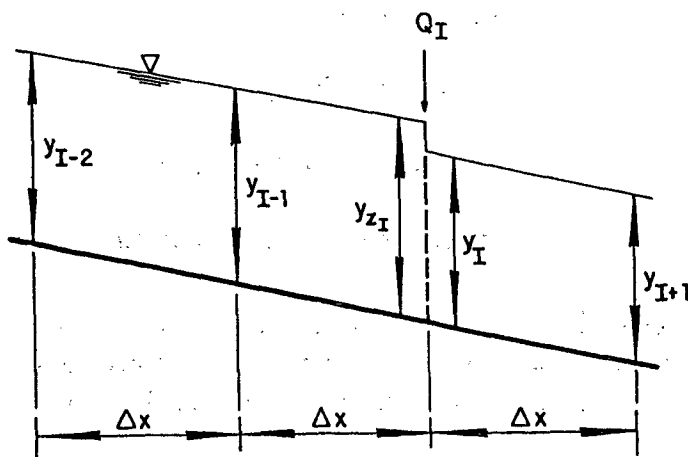


Fig 2.6.2

Para calcular los coeficientes P , Q , R , S , T y W en el tramo $I, I+1$ se deberán considerar los valores de y_{Ij} y y_{I+1j} . En cambio para el tramo $I-1, I$ deben considerarse y_{I-1j} y y_{zIj} , teniendo en cuenta un posible cambio de sección si lo hubiera.

Según lo indicado y supuesto que el valor de η_I calculado para la etapa j fuera igual en la $j+1$ y que en la sección $I-1$ no hubiera cambio de sección, en ella las ecs 2.6.4 tomarían las formas

$$A(I-1, I-2) = T(I-2) \quad (2.6.5a)$$

$$A(I-1, I-1) = Q(I-1) - S(I-2) \quad (2.6.5b)$$

$$A(I-1, I) = \eta_I P(I-1) \quad (2.6.5c)$$

$$B(I-1) = W(I-2) - R(I-1) \quad (2.6.5d)$$

Y, para la sección I en la fig 2.6.2

$$A(I, I-1) = F_2(I) T(I-1)/F(I) \quad (2.6.6a)$$

$$A(I, I) = Q(I) - \eta_I S(I-1) F_2(I)/F(I) \quad (2.6.6b)$$

$$A(I, I+1) = P(I) \quad (2.6.6c)$$

$$B(I) = (W(I-1) F_2(I) + (1-\Theta)Q_{Ij} + \Theta Q_{Ij+1})/F(I) - R(I) \quad (2.6.6d)$$

Es pertinente insistir en que $F_2(I)$ es el área hidráulica para el tirante y_{zIj} inmediatamente antes de la confluencia, la cual deberá calcularse teniendo en cuenta un cambio de sección si lo hubiera.

De modo análogo para la sección inicial donde el gasto de ingreso fuera Q_I , se tendría que

$$A(I, I) = Q(I) \quad (2.6.7a)$$

$$A(I, 2) = P(I) \quad (2.6.7b)$$

$$B(I) = [(1-\Theta)Q_{Ij} + \Theta Q_{Ij+1}] / F(I) - R(I) \quad (2.6.7c)$$

Finalmente, en la sección terminal F donde se considere instalada una bomba, recordando que $Z_Z = K_B(y_{Fj} + Z_B)^{Y-1}$ según se indicó en el inciso 2.5, se tendría que

$$A(F, F-1) = T(F-1) \quad (2.6.8a)$$

$$A(F, F) = \Theta \gamma Z_z / F(F) - S(F-I) \quad (2.6.8b)$$

$$B(F) = W(F-I) - ((I - \Theta \gamma) y_{Fj} + Z_B) Z_z / F(F) \quad (2.6.8c)$$

De esta manera, conocidos los tirantes y las velocidades en todas las secciones en la etapa de cálculo j , se puede establecer un sistema de ecuaciones lineales no homogéneas, con matriz tridiagonal, muy simple de resolver y donde las incógnitas sean los tirantes en todas las secciones en la etapa de cálculo $j+1$. Conociendo estos tirantes, las velocidades se calcularán con las ecs 2.6.1 y 2.6.2 o, en las secciones como la $I+1$ y la I de la fig 2.6.2, con las expresiones

$$U(I - I)_{j+1} = \eta_{I+1} P(I - I) y_{I,j+1} + Q(I - I) y_{I-1,j+1} + R(I - I) \quad (2.6.9)$$

y

$$V(I)_{j+1} = S(I - I) \eta_I y_{I,j+1} - T(I - I) y_{I-1,j+1} + W(I - I) \quad (2.6.10)$$

Como puede verse, se dispone de un método explícito, muy simple de manejar para calcular sucesivamente los tirantes y las velocidades y aun los gastos de bombeo a medida que vayan cambiando en el tiempo los ingresos al conducto. El programa "NUCABV.BAS" que aparece en el apéndice calcula esa evolución de acuerdo con las ideas expuestas en este capítulo, es decir, tanto en el caso de que el conducto trabaje a superficie libre, como si entra en carga, si bien en este último caso las cargas calculadas solo dan una idea aproximada de sus valores reales, toda vez que el cálculo se hace con la hipótesis de que se conserva una superficie libre en el ancho igual a $0.2 R_0$.

3. METODOLOGÍA

En general, puede considerarse que en un sistema de drenaje por bombeo es conveniente disponer de dos bombas; una, de menor capacidad para desalojar las aguas sanitarias y otra, mayor, para extraer las aguas pluviales. Sin embargo, también es posible emplear solo la bomba de mayor capacidad.

Como los gastos que lleguen al cárcamo de bombeo estarán condicionados por la forma y disposición de los hidrogramas de ingreso al conducto, los niveles del agua en este serán variables, por lo que sería necesario colocar dispositivos de arranque y paro automático para las bombas, de acuerdo con los niveles que se alcancen. De esta manera, el trabajo de las bombas será intermitente durante ciertos lapsos, por lo que se requerirá dar un mantenimiento eficiente a los equipos. Una forma poco práctica, pero posible, de reducir el funcionamiento intermitente es disponer de varias bombas cuyo funcionamiento sea escalonado, lo que complica el dispositivo automático de control y el mantenimiento correspondiente.

Según estas condiciones, si se dispone de una bomba grande y una pequeña, será necesario tener otra pequeña adicional para asegurarse de que el desalojo de las aguas sanitarias no se interrumpa en caso de descompostura. De esta forma, durante el estiaje podrá darse mantenimiento a la bomba grande. En cambio, si se empleara una bomba grande, la adicional tendría que ser de la misma capacidad para asegurar el desalojo de las aguas sanitarias. Por lo demás, en los dos casos el consumo de energía sería prácticamente el mismo, puesto que los volúmenes a desalojar serían los mismos.

En este trabajo se analiza solamente el caso en que se dispone de una bomba grande y una pequeña (con su réplica), pero nótese que con ligeras modificaciones el programa "NUCABV.BAS" sirve también para analizar el caso de tener únicamente una bomba grande, es decir, este programa está elaborado para simular el funcionamiento del sistema conducto-bomba(s) en cualquier caso.

De acuerdo con estas ideas, para diseñar un sistema de drenaje por bombeo se procederá como se indica a continuación.

1. Supuesto que el conducto principal tenga una longitud L y una pendiente geométrica S , se subdividirá en $N-1$ tramos de longitud $\Delta x = L/(N-1)$ donde N será el número de secciones para el cálculo. El desnivel entre ellas será $\Delta z = S\Delta x$. Se especificarán aquellas secciones donde habrá ingresos laterales y se definirán los gastos q_B de aguas sanitarias que se aportan en esas secciones, así como el lapso en que podría mantenerse esta aportación. Si hubiera M secciones con ingresos iguales a q_B , al cárcamo de bombeo, durante ese lapso llegaría un gasto Mq_B .
2. Según las ideas expuestas en el inciso 2.4 se escogerá un periodo de retorno para el diseño, en torno a cinco años y, de acuerdo con la zona, se calculará una altura de lluvia con la ec 2.4.1. Después, dada la magnitud del área por drenar, el coeficiente de escurrimiento y los tiempos de concentración y de receso, se calculará el gasto de pico para toda la cuenca $Q_{P(T)}$ con la ec 2.4.2 y se determinará la forma del hidrograma triangular producido por las aguas pluviales.
3. Con la pendiente geométrica S , un coeficiente de rugosidad n seleccionado para el conducto principal y un gasto $Q_{P(T)}$ se usará la ec 2.3.1 para tener una primera idea del diámetro del conducto. Sin embargo, en atención al almacenaje, el diámetro real se escogerá un tanto menor, ajustándolo a dimensiones comerciales.

4. Supuesto que en el tramo final, entre la última sección con ingreso lateral y el cárcamo de bombeo se estableciera régimen con un gasto $Q = Mq_B$, se calculan el tirante y la velocidad con ayuda del programa "CALGAS.BAS".
5. Por medio de los programas "BERNOU.BAS" y "CANMOV.BAS" se calcularán los tirantes y las velocidades para la condición inicial, según se indicó en el inciso 2.3, es decir, teniendo en cuenta los ingresos laterales. Así podrá determinarse también el volumen inicial V_{OCP} ocupado por las aguas sanitarias antes de iniciarse la tormenta.
6. Con ayuda de la ec 2.4.5 se determinará el gasto Q_{BM} y el gasto medio de bombeo $Q_B = Mq_B + Q_{BM}$ como se indicó en el inciso 2.4.
7. Se especificará la altura H_0 , desnivel entre la superficie libre del agua en el almacenamiento a donde descarguen las bombas y la cota de plantilla de la sección final del conducto principal. Se escogerá una bomba pequeña cuya curva de operación, muestre que para el tirante y_F en la condición inicial se está en la proximidad de la máxima eficiencia. Para la bomba grande se escogerá aquella cuya curva de operación muestre que para una carga igual al promedio de las cargas límites de operación el gasto de la bomba sea de más o menos $1.5 Q_B$, donde Q_B es el gasto medio de bombeo del inciso anterior.

8. Una vez seleccionadas las bombas, de sus curvas de operación se calcularán los coeficientes K_B y Z_B , así como los exponentes γ como se indica en el inciso 2.5.
9. Se escogerá un intervalo de tiempo Δt compatible con la equidistancia Δx para satisfacer la condición de Courant. En general, puede decirse que para $\Delta x = 100$ m un $\Delta t = 60$ s resulta adecuado y que en tal caso, conviene usar un coeficiente de peso Θ comprendido entre 0.6 y 0.8.
10. Proporcionalmente al área drenada por los conductos laterales que ingresen al principal, se definirán los gastos de pico parciales en cada una de las M secciones descritas en el punto 4; de acuerdo con la forma del hidrograma triangular de toda la cuenca se definirán los gastos instantáneos de ingreso a ellas.
11. Se especificará el desnivel entre las cotas de plantilla en las N secciones del canal principal y el nivel de la calle.
12. Se simulará la operación del sistema con ayuda del programa "NUCABV.BAS" que se alimentará con los siguientes datos

y_f, U_f, V_f , tirantes y velocidades para la condición inicial descrita en el inciso 5

Δz , desnivel entre secciones contiguas

n , coeficiente de rugosidad seleccionado

Q_P , gasto de pico en cada una de las M secciones con ingreso lateral $XT = \Delta x / \Delta t$

Θ , coeficiente de peso

R_0 , radio del conducto

K_G, Z_G, γ_G , características de la bomba grande

K_C, Z_C, γ_C , características de la bomba chica

Y_I , nivel en el cárcamo para el arranque de la bomba grande

Y_P , nivel en el cárcamo para el arranque de la bomba chica¹

¹ Se supone que si $y_f > Y_I$ solo trabaja la bomba grande, que para $Y_I > y_f > Y_P$ solo trabaja la pequeña y que si $y_f < Y_P$ no trabaja ninguna.

13. El programa "NUCABV.BAS" opera primero con cierto número de iteraciones N_I (p.e. 30) de calibración, suponiendo que se mantienen las condiciones iniciales.
 14. Después despliega los valores de los tirantes máximos alcanzados y de los gastos descargados en los instantes sucesivos $t, t+\Delta t, t+2\Delta t, \dots$, y cada cierto número de etapas de cálculo muestra los valores del tirante en todas las secciones del conducto.
 15. Como se supone que el gasto producido por las aguas sanitarias no dura más de cierto lapso (unas seis horas) equivalente a N_R etapas de cálculo, el programa termina cuando se han hecho $N_I + N_R$ iteraciones y entonces muestra el tirante YM máximo alcanzado, la etapa de cálculo en que ocurrió y N_B el número de etapas en las que operó la bomba grande, lo que permite calcular la energía empleada en su operación.
 16. Obviamente YI se escogerá dentro de los límites recomendados para la operación de la bomba grande. Un buen diseño será aquel para el cual no haya derrames, pero sin dejar de utilizar al máximo la capacidad de almacenaje del conducto, esto es, que YM el tirante máximo alcanzado sea aproximadamente igual al diámetro del conducto, pero además deberá revisarse que con este YM la bomba grande trabaja dentro de los límites recomendados.
-
17. Para cerciorarse de que aun en condiciones más desfavorables el diseño es aceptable, conviene revisar el funcionamiento del sistema para las lluvias correspondientes a periodos de retorno mayores que el de diseño, por ejemplo, de unas 3 ó 4 veces mayores. Esta revisión proporciona una idea de los derrames que ocasionalmente podrían esperarse y, sobre todo, de la posibilidad de que la bomba grande se saliera de los límites de trabajo recomendados.

4. EJEMPLO NUMÉRICO

Enunciado

Supóngase que un área de 2400 m de longitud y 450 m de ancho debe ser drenada por bombeo, en una zona donde el coeficiente de escurrimiento es $C = 0.3$, el tiempo de concentración de 1 h, el de receso de 2 h y la altura de la lluvia (en m) para el periodo de retorno t_r está dada por la expresión

$$h_{LL} = 0.025 + 0.0093 \ln t_r$$

Considérese que para el drenaje se dispone de un conducto principal con una longitud de 2200 m, pendiente geométrica S de 0.0002 y coeficiente de rugosidad n igual a 0.015. El desnivel entre la superficie libre del agua en un almacenamiento de grandes dimensiones a donde descarguen las bombas y la cota de plantilla de la sección final es H_0 igual a 4.5 m; el desnivel entre esta cota y el nivel de la calle es de 3 m.

Para su análisis, el conducto se considera dividido en 22 tramos para definir las secciones 1 a 23 mostradas en la fig 4.1. Supuesto que las subáreas drenadas por los laterales son iguales se considera que en las secciones 1, 5, 9, 13, 17 y 21 ingresa un gasto de aguas sanitarias con un máximo q_B de $0.04 \text{ m}^3/\text{s}$ que no se sostiene más de 6 h. La distancia entre secciones contiguas es $\Delta x = 100 \text{ m}$ y su desnivel es $\Delta z = 0.02 \text{ m}$.

SE DESEA DEFINIR UN DIÁMETRO PARA EL CONDUCTO PRINCIPAL ASÍ COMO LAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS PARA LAS AGUAS SANITARIAS Y PLUVIALES, PARA UN PERIODO DE RETORNO t_r DE 5 AÑOS.

Cálculos preliminares

$$\text{Área de la cuenca } A_c = 450 \times 2400 = 1\,080\,000 \text{ m}^2$$

Altura de lluvia

$$h_{LL} = 0.025 + 0.0093 \ln(5) = 0.03997 \sim 0.04 \text{ m}$$

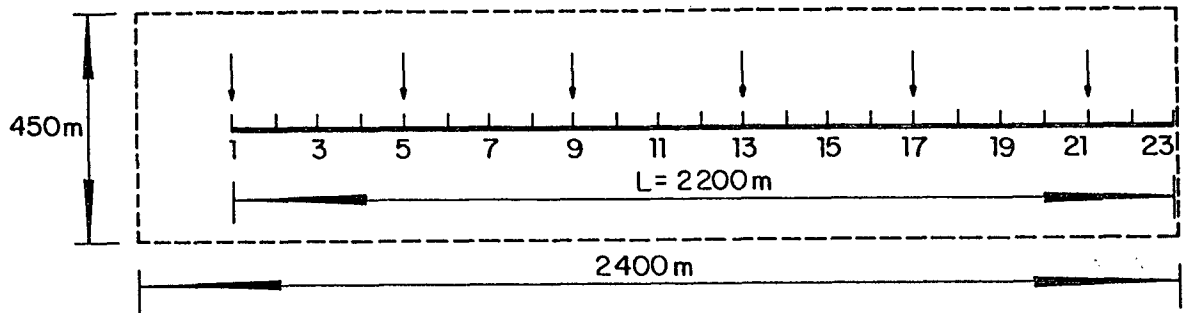


Fig 4.1

De la ec 2.4.2 se obtiene un gasto de pico para toda la cuenca de valor

$$Q_{PT} = \frac{2 \times 1080000 \times 0.04 \times 0.3}{10800} = 2.4 \text{ m}^3/\text{s}$$

Así que por medio de la expresión 2.3.1 el diámetro del conducto principal será un tanto menor que

$$d = \left(\frac{4^{5/3} \times 0.015 \times 2.4}{\pi \times 0.0002^{1/2}} \right)^{3/8} = 2.198 \text{ m}$$

Para un primer análisis se supondrá un radio del conducto $R_0 = 1 \text{ m}$. Como son seis secciones con ingreso de aguas sanitarias, para $Q = 6(0.04) = 0.24 \text{ m}^3/\text{s}$, $n = 0.015$,

$R_0 = 1 \text{ m}$ y $S = 0.0002$, con el programa "CALGAS.BAS" se tendrá que entre las secciones 21 y 23 el tirante será $y = 0.4844 \text{ m}$ y la velocidad $V = 0.4086 \text{ m/s}$.

Con ayuda de los programas "BERNOU.BAS" y "CANMOV.BAS" se calcularán los tirantes y las velocidades para la condición inicial según se indica en la tabla 4.1.

Obsérvese que en las secciones donde hay confluencia las velocidades de llegada $V(I)$ son diferentes de las de salida $U(I)$, en tanto que en las restantes son iguales. Nótese también que la diferencia entre los tirantes $YZ(I)$ antes de la confluencia y los correspondientes $Y(I)$ después de ella se acentúa cuando la relación K , gasto lateral de ingreso a gasto circulante se incrementa. Finalmente, obsérvese que en la sección final 23 solo hay velocidad de llegada, mientras que en la inicial 1 solamente hay velocidad de salida (inciso 2.2).

TABLA 4.1

<i>I</i>	<i>Y(I)</i> (m)	<i>U(I)</i> (m/s)	<i>V(I)</i> (m/s)
23	0.4844	-	0.4086
22	0.4844	0.4087	0.4087
21	0.4844	0.4087	0.3400
YZ(21)	0.4849		
20	0.4785	0.3465	0.3465
19	0.4736	0.3515	0.3515
18	0.4688	0.3567	0.3567
17	0.4648	0.3610	0.2884
YZ(17)	0.4653		
16	0.4561	0.2967	0.2697
15	0.4473	0.3050	0.3050
14	0.4395	0.3128	0.3128
13	0.4426	0.3198	0.2393
YZ(13)	0.4333		
12	0.4209	0.2495	0.2495
11	0.4102	0.2588	0.2588
10	0.4004	0.2679	0.2679
9	0.3916	0.2766	0.1838
YZ(9)	0.3925		
8	0.3779	0.1940	0.1940
7	0.3643	0.2046	0.2046
6	0.3516	0.2153	0.2153
5	0.3398	0.2260	0.1124
YZ(5)	0.3411		
4	0.3232	0.1215	0.1215
3	0.3066	0.1311	0.1311
2	0.2900	0.1422	0.1422
1	0.2744	0.1541	-

Según se indicó en el punto 5 del cap 3, los valores mostrados en la Tabla 4.1 son los iniciales para utilizar el programa "NUCABV.BAS". En adición, de acuerdo con las ecuaciones del inciso 2.1 se tendrá que para la sección final

$$B = \sqrt{1 - (1 - 0.4844)^2} = 0.8586 \text{ m}$$

$$\alpha_0 = \text{ang tan } (0.8568 / (1 - 0.4844)) = 58.9616^\circ$$

$$F(23) = \alpha_0 \frac{\pi}{180} - B(1 - 0.4844) = 0.5873 \text{ m}^2$$

y, para la sección inicial

$$B = \sqrt{1 - (1 - 0.2744)^2} = 0.6881 \text{ m}$$

$$\alpha_0 = \text{ang tan } (0.6881 / (1 - 0.2744)) = 43.4805^\circ$$

$$F(1) = \alpha_0 \frac{\pi}{180} - B(1 - 0.2744) = 0.2596 \text{ m}^2$$

De esta manera, el volumen V_{OCP} ocupado por las aguas sanitarias al iniciarse la tormenta será aproximadamente

$$V_{OCD} = 2200(0.5873 + 0.2596) / 2 = 931.59 \text{ m}^3$$

Y como el volumen total del conducto es $V_{CON} = 2200 \pi (1)^2 = 6911.5 \text{ m}^3$, el volumen disponible para el almacenaje será

$$V_{DIS} = 6911.5 - 931.59 = 5979.91 \text{ m}^3$$

Dado que el gasto de pico total es $Q_{P(T)} = 2.4 \text{ m}^3 / \text{s}$, la ec 2.4.5 será, en este caso

$$Q_{BM}^2 = -2(2.4)Q_{BM} + (2.4)^2 - \frac{2 \times 2.4 \times 5979.91}{10800} = 0$$

De aquí se deduce que $Q_{BM} = 0.7698 \text{ m}^3 / \text{s}$, con lo cual el gasto medio de bombeo será

$$Q_B = 0.24 + 0.7698 = 1.0098 \text{ m}^3 / \text{s}$$

Procediendo con la secuela de cálculo indicada en el cap 3, supóngase que en el mercado están disponibles dos bombas. Una de 12 HP cuya curva de operación (ec 2.5.1) es

$$6.85 - h = 13.6245 Q^2$$

y la otra de 48 HP, con una curva de operación de la forma

$$4.5627 - h = 1.9127 Q^2$$

Los límites de trabajo de esta bomba están definidos por la condición $1.4 < h < 4$.

Como en ambos casos $h = 4.5 - y_{23}$, haciendo las transformaciones indicadas en el inciso 2.5 la ec 2.5.3 será

a) Para la bomba chica

$$Q = 0.0931 (y_{23} + 2.35)^{0.9091}$$

b) Para la bomba grande

$$Q = 1.0488 (y_{23} + 0.0627)^{0.5831}$$

Ahora bien, para comprobar que, según lo asentado en el punto 7 del cap 3 las bombas están bien seleccionadas, se harán los cálculos que se indican en la tabla 4.2 para la bomba de potencia $P = 12$ HP y en la tabla 4.3 para la de potencia $P = 48$ HP.

TABLA 4.2

y_{23} (m)	$h = 4.5 - y_{23}$ (m)	$Q = 0.0931(y_{23} + 2.35)^{0.9091}$ (m ³ /s)	$\eta = 9.8 * h * Q / 12$
0.9	3.6	0.2718	0.7992
0.6	3.9	0.2489	0.7928
0.485	4.015	0.2401	0.7872
0.3	4.2	0.2258	0.7745

Como puede verse la eficiencia máxima corresponde a una carga de bombeo de 3.6 m, pero si la bomba trabaja con cargas comprendidas entre 3.9 m y 4.2 m las eficiencias son muy próximas a la máxima. Además, la bomba se ajusta muy bien para el gasto de aguas sanitarias de 0.24 m³/s con una $y_{23} = 0.485 \approx 0.4844$ m previamente calculada.

Según esta tabla para la carga promedio $h = (1.4 + 4)/2 = 2.7$ m el gasto de la bomba es muy próximo a $1.0098 \times 1.5 = 1.5147 \text{ m}^3/\text{s}$, de modo que la elección parece correcta según lo asentado en el punto 7 del cap 3. Por otra parte, para los límites de trabajo $h = 1.4$ y 4 m las eficiencias son muy próximas a 0.6 , por lo que la bomba trabaja adecuadamente dentro de ese rango.

TABLA 4.3

y_{23} (m)	$h = 4.5 - y_{23}$ (m)	$Q = 1.0488(y_{23} + 0.0627)^{0.5831}$ (m^3/s)	$\eta = 9.8 \cdot h \cdot Q / 48$
3.1	1.4	2.0525	0.5867
1.8	2.7	1.5073	0.8309
1.6	2.9	1.4107	0.8352
0.5	4.0	0.7500	0.6125

Resultados

De acuerdo con los datos obtenidos en los cálculos preliminares, se corrió el programa "NUCABV.BAS", en la versión que aparece en el apéndice, es decir, para un conducto de 2 m de diámetro y dos bombas de 48 HP y 12 HP con las características arriba anotadas $YI = 0.6$ m y $YP = 0.3$ m. Así se encontró que para $t_r = 5$ años, con $h_{LL} = 0.04$ m

$$Y_M = 1.8111 \text{ m}, JM = 146$$

$$NB = 221$$

$$E = 221 \times 48/60 = 176.8 \text{ Kw-h}$$

Y, para $t_r = 15$ años, con $h_{LL} = 0.05$ m

$$Y_M = 3.0502 \text{ m}, JM = 138$$

Como puede verse, para el periodo de retorno de diseño ($t_r = 5$) el conducto no entra en carga y para un lapso tres veces mayor (15 años) pueden ocurrir pequeños derrames, pero la bomba grande no dejaría de funcionar dentro de los límites permitidos.

Por lo demás, de acuerdo con los resultados, la bomba grande trabaja de un modo intermitente entre los 17 y los 36 minutos después de iniciada la tormenta, de modo continuo entre los 37 y los 220 minutos y de nuevo de modo intermitente entre los 221 y los 273 minutos.

Asimismo, para el periodo de retorno de diseño, con un tirante máximo de 1.8111 m, el área hidráulica, acorde con las fórmulas del inciso 2.1 sería

$$B_0 = \sqrt{1 - 0.8111^2} = 0.5849 \text{ m}; \quad \alpha_0 = \text{ang tan } (0.5849 / 0.8111) = 35.7961^\circ$$

$$F = \pi \left(1 - \frac{35.7961}{180} \right) + 0.5849 \times 0.8111 = 2.9912 \text{ m}^2$$

Con lo cual el índice de llenado sería $2.9912 / 3.1416 = 0.9521$, valor bastante razonable.

No obstante que el diseño parece económico y seguro, porque solamente de modo ocasional se tendría que parar la bomba grande para no dañarla y se tendrían inundaciones parciales que ameritarían usar un equipo auxiliar para achicar el agua en exceso, parece conveniente analizar la posibilidad de hacer algún ahorro, por ejemplo reduciendo el diámetro del conducto. Por tal motivo, se corrió el programa "NUCABV.BAS" para un conducto con

$R_0 = 0.9 \text{ m}$ y empleando las misma bombas con lo cual se encontró que

Para $t_r = 5$ años, $YM = 2.1622 \text{ m}$ y, que para $t_r = 9$ años, $YM = 3.0293 \text{ m}$.

Según estos resultados, para este conducto con mucha mayor frecuencia se confrontaría la necesidad de parar la bomba grande o de dañarla, a cambio de un posible ahorro de únicamente el 10 por ciento en el costo del conducto, o bien, para evitar estos problemas se tendría que pensar en una bomba de mayor potencia, con lo que el posible ahorro quedaría en entredicho.

Así pues, todo parece indicar que un diseño equilibrado se obtendrá con un conducto de 2 m de diámetro, una bomba de 48 HP y otra de 12 HP con las características indicadas y, de tal modo que la primera trabaje si el desnivel entre la superficie libre del cárcamo y la cota de plantilla de la sección terminal del conducto es superior a 0.6 m y que la más pequeña trabaje entre este límite y el correspondiente a 0.3 m.

5. CONCLUSIONES

Como puede verse, el método propuesto puede parecer complicado por los cálculos preliminares que se tienen que hacer para emplearlo. En cambio, el programa "NUCABV.BAS" basado en el modelo de simulación es muy expedito y fácil de manejar, además de que se puede generalizar fácilmente para estudiar problemas mucho más complicados.

Es cierto que la forma de analizar el funcionamiento del conducto al entrar en carga es un tanto debatible, pero debe tenerse en cuenta que, con el método propuesto esta situación se presentará ocasionalmente y que, aun en ese caso, los resultados que da el programa son razonablemente aproximados.

Por tanto, a pesar de las posibles limitaciones del método propuesto, sus autores piensan que ya es un primer paso para hacer diseños racionales de sistemas de drenaje operados por bombeo.

REFERENCIAS

1. **Chaudry, M H**, "Applied Hydraulic Transients", Ed Van Nostrand Reinhold Co (1979)
2. **Domínguez *et al***, "Manual de Hidráulica Urbana", DGCOH, DDF, Secretaría de Obras y Servicios (1982)
3. **Sánchez, J L y Fuentes, M O**, "Método Alternativo para la Evaluación de Efectos Transitorios en Canales", CFE, Publicación N° 56 (1986)

APÉNDICE (Programas de cálculo)

PROGRAMA "CALGAS.BAS"

Este programa sirve para calcular el tirante y la velocidad en un tramo de un conducto circular con flujo uniforme.

```
20 PRINT "CALGAS"
30 PI = 3.1416
40 READ QQ, N, S, R
50 DATA 0.24, 0.015, 0.0002, 1
60 YS = R
70 YI = 0
80 Y = (YS + YI) / 2
90 PRINT "Y= "; Y
100 B = (R ^ 2 - (R - Y) ^ 2) ^ 0.5
110 A0 = ATN((B / (R - Y)))
120 F = R ^ 2 * A0 - B * (R - Y)
130 P = 2 * R * A0
140 RH = (F / P) ^ (2 / 3)
150 V = RH * S ^ 0.5 / N
160 Q = F * V
170 IF ABS(QQ - Q) < 0.0005 THEN 240
180 IF QQ > Q THEN 210
190 YS = Y
200 GOTO 80
210 YI = Y
220 GOTO 80
240 PRINT "Y= "; Y
260 PRINT "V= "; V
280 PRINT "Q= "; Q
300 INPUT AAA: END
```

PROGRAMA "BERNOU.BAS"

Este programa calcula los tirantes y velocidades en un conducto circular con flujo a superficie libre.

```
20 PRINT "BERNOU"
30 PI = 3.1416
40 READ DZ, DX, N, R
50 DATA 0.02, 100, 0.015, 1
60 INPUT "Q y YD "; Q, YD
70 B = (R ^ 2 - (R - YD) ^ 2) ^ 0.5
80 A0 = ATN(B / (R - YD))
90 FD = R ^ 2 * A0 - B * (R - YD)
100 P = 2 * R * A0
110 RD = FD / P
```

```

120 VD = Q / FD
130 ED = YD + VD ^ 2 / 19.62
140 YS = R
150 YI = 0
160 YA = (YS + YI) / 2
170 PRINT "YA="; YA
180 B = (R ^ 2 - (R - YA) ^ 2) ^ 0.5
190 A0 = ATN(B / (R - YA))
200 FA = R ^ 2 * A0 - B * (R - YA)
210 P = 2 * R * A0
220 RA = FA / P
230 VA = Q / FA
240 EA = YA + VA ^ 2 / 19.62
250 RH = ((RA + RD) / 2) ^ (2 / 3)
260 V = (VA + VD) / 2
270 PF = DX * (V * N / RH) ^ 2
280 IF ABS(EA + DZ - ED - PF) < 0.0005 THEN 340
290 IF ABS(EA + DZ) > (ED + PF) THEN 320
300 YI = YA
310 GOTO 160
320 YS = YA
330 GOTO 160
340 FR = VA ^ 2 / (9.81 * YA)
345 PRINT " "
360 PRINT "YA="; YA
380 PRINT "VA="; VA
400 PRINT "VD="; VD
420 PRINT "FR="; FR
440 YD = YA
450 FD = FA
460 RD = RA
470 ED = EA
480 VD = VA: GOTO 500
490 GOTO 140
500 PRINT "FIN": INPUT AAA

```

PROGRAMA "CANMOV.BAS"

Este programa sirve para determinar el tirante después de una confluencia de conductos.

```

20 PRINT "CANMOV"
40 INPUT "Q y QL "; Q, QL
50 INPUT "Y2 y FR "; Y2, FR
60 K = QL / Q
70 B = 1 + 2 * K * FR
80 C = 2 * K * (1 - K) * FR
90 H = 1.5
100 F1 = H ^ 3 - B * H + C
110 IF ABS(F1) < 0.0005 THEN 170
120 F2 = 3 * H ^ 2 - C
130 HN = H - F1 / F2
140 H = HN

```

```

150 PRINT "H= ", H
160 GOTO 100
170 Y1 = H * Y2
190 PRINT "Y1= "; Y1
200 INPUT AAA: END

```

PROGRAMA "NUCABV.BAS"

Con este programa se calculan los tirantes y velocidades en el conducto a lo largo del tiempo, así como los gastos de bombeo.

```

10 PRINT "NUCABV"
20 INPUT AAA
30 DIM Y(24), V(23), BB(23), F(23), RH(23), B(23), C(23), D(23)
40 DIM P(22), Q(22), R(22), S(22), T(22), W(22), U(22)
50 DIM Z(21), H(21), BZ(21), FZ(21), RZ(21), Q1(21), Q2(21)
60 DIM A(23, 23)
70 READ DZ, NM, QP, XT, TH, R0
80 DATA 0.02,0.015,0.4,1.6667,0.7,1
90 READ KG, KC, ZG, ZC, GG, GC, YI, YP
100 DATA 1.0488,0.0931,0.0627,2.35,0.5831,0.9091,0.6,0.3
110 READ Y(1), Y(2), Y(3), Y(4), Y(5), Y(6), Y(7), Y(8)
120 DATA 0.2744,0.29,0.3066,0.3232,0.3398,0.3516,0.3643,0.3779
130 READ Y(9), Y(10), Y(11), Y(12), Y(13), Y(14), Y(15), Y(16)
140 DATA 0.3916,0.4004,0.4102,0.4209,0.4326,0.4395,0.4473,0.4561
150 READ Y(17), Y(18), Y(19), Y(20), Y(21), Y(22), Y(23)
160 DATA 0.4648,0.4688,0.4736,0.4785,0.4844,0.4844,0.4844
170 READ U(1), U(2), U(3), U(4), U(5), U(6), U(7), U(8)
180 DATA 0.1541,0.1422,0.1311,0.1215,0.226,0.2153,0.2046,0.194
190 READ U(9), U(10), U(11), U(12), U(13), U(14), U(15), U(16)
200 DATA 0.2766,0.2679,0.2588,0.2495,0.3198,0.3128,0.305,0.2967
210 READ U(17), U(18), U(19), U(20), U(21), U(22)
220 DATA 0.361,0.3567,0.3515,0.3465,0.4087,0.4087
230 READ V(2), V(3), V(4), V(5), V(6), V(7), V(8)
240 DATA 0.1422,0.1311,0.1215,0.1124,0.2153,0.2046,0.194
250 READ V(9), V(10), V(11), V(12), V(13), V(14), V(15), V(16)
260 DATA 0.1839,0.2679,0.2588,0.2495,0.2393,0.3128,0.305,0.2967
270 READ V(17), V(18), V(19), V(20), V(21), V(22), V(23)
280 DATA 0.2884,0.3567,0.3515,0.3465,0.34,0.4087,0.4086
290 J = 1
300 IF J < 30 THEN 340
310 IF J < 90 THEN 370
320 IF J < 210 THEN 400
330 IF J = 210 THEN 400
340 QA = 0.04
350 QD = 0.04
360 GOTO 420
370 QA = (J - 31) * QP / 60 + 0.04
380 QD = (J - 30) * QP / 60 + 0.04
390 GOTO 420
400 QA = (211 - J) * QP / 120 + 0.04
410 QD = (210 - J) * QP / 120 + 0.04

```

```

420 FOR I = 1 TO 21 STEP 4
430 Q1(I) = QA
440 Q2(I) = QD
450 NEXT I
460 FOR I = 1 TO 23
470 IF Y(I) > 1.995 * R0 THEN 590
480 B0 = (R0 ^ 2 - (R0 - Y(I)) ^ 2) ^ 0.5
490 BB(I) = 2 * B0
500 IF Y(I) > R0 THEN 550
510 A0 = ATN(B0 / (R0 - Y(I)))
520 F(I) = A0 * R0 ^ 2 - B0 * (R0 - Y(I))
530 RH(I) = F(I) / (2 * R0 * A0)
540 GOTO 620
550 A0 = ATN(B0 / (Y(I) - R0))
560 F(I) = (3.141593 - A0) * R0 ^ 2 + B0 * (Y(I) - R0)
570 RH(I) = F(I) / (2 * R0 * (3.141593 - A0))
580 GOTO 620
590 BB(I) = 0.2 * R0
600 F(I) = 2.7419 * R0 ^ 2 + 0.2 * R0 * (Y(I) - 1.995 * R0)
610 RH(I) = F(I) / (2.0929 * R0 + 2 * Y(I))
620 NEXT I
630 FOR I = 5 TO 21 STEP 4
640 FR = (U(I)) ^ 2 / (9.810001 * Y(I))
650 K = Q1(I) / (U(I) * F(I))
660 BH = 1 + 2 * K * FR
670 CH = 2 * K * FR * (1 - K)
680 H0 = 1.5
690 F1 = H0 ^ 3 - BH * H0 + CH
700 IF ABS(F1) < 0.0005 THEN 750
710 F2 = 3 * H0 ^ 2 - BH
720 HN = H0 - F1 / F2
730 H0 = HN
740 GOTO 690
750 H(I) = H0
760 Z(I) = H(I) * Y(I)
770 NEXT I
780 FOR I = 5 TO 21 STEP 4
790 IF Z(I) > 1.995 * R0 THEN 910
800 B0 = (R0 ^ 2 - (R0 - Z(I)) ^ 2) ^ 0.5
810 BZ(I) = 2 * B0
820 IF Z(I) > R0 THEN 870
830 A0 = ATN(B0 / (R0 - Z(I)))
840 FZ(I) = A0 * R0 ^ 2 - B0 * (R0 - Z(I))
850 RZ(I) = FZ(I) / (2 * R0 * A0)
860 GOTO 940
870 A0 = ATN(B0 / (Z(I) - R0))
880 FZ(I) = (3.141593 - A0) * R0 ^ 2 + B0 * (Z(I) - R0)
890 RZ(I) = FZ(I) / (2 * R0 * (3.141593 - A0))
900 GOTO 940
910 BZ(I) = 0.2 * R0
920 FZ(I) = 2.7419 * R0 ^ 2 + 0.2 * R0 * (Z(I) - 1.995 * R0)
930 RZ(I) = FZ(I) / (2.0929 * R0 + 2 * Z(I))
940 NEXT I

```

```

950 FOR L = 1 TO 17 STEP 4
960 FOR I = L TO L + 2
970 YA = Y(I)
980 YD = Y(I + 1)
990 RA = RH(I)
1000 RD = RH(I + 1)
1010 BA = BB(I)
1020 BD = BB(I + 1)
1030 FA = F(I)
1040 FD = F(I + 1)
1050 UA = U(I)
1060 VD = V(I + 1)
1070 GOSUB 2390
1080 NEXT I
1090 NEXT L
1100 FOR I = 21 TO 22
1110 YA = Y(I)
1120 YD = Y(I + 1)
1130 RA = RH(I)
1140 RD = RH(I + 1)
1150 BA = BB(I)
1160 BD = BB(I + 1)
1170 FA = F(I)
1180 FD = F(I + 1)
1190 UA = U(I)
1200 VD = V(I + 1)
1210 GOSUB 2390
1220 NEXT I
1230 FOR I = 4 TO 20 STEP 4
1240 YA = Y(I)
1250 YD = Z(I + 1)
1260 RA = RH(I)
1270 RD = RZ(I + 1)
1280 BA = BB(I)
1290 BD = BZ(I + 1)
1300 FA = F(I)
1310 FD = FZ(I + 1)
1320 UA = U(I)
1330 VD = V(I + 1)
1340 GOSUB 2390
1350 NEXT I
1360 A(1, 1) = Q(1)
1370 A(1, 2) = P(1)
1380 B(1) = (TH * Q2(1) + (1 - TH) * Q1(1)) / F(1) - R(1)
1390 FOR L = 2 TO 18 STEP 4
1400 FOR I = L TO L + 1
1410 A(I, I - 1) = T(I - 1)
1420 A(I, I) = Q(I) - S(I - 1)
1430 A(I, I + 1) = P(I)
1440 B(I) = W(I - 1) - R(I)
1450 NEXT I
1460 NEXT L
1470 FOR I = 4 TO 20 STEP 4

```

```

2010 U(I) = P(I) * H(I + 1) * Y(I + 1) + Q(I) * Y(I) + R(I)
2020 NEXT I
2030 FOR I = 21 TO 22
2040 U(I) = P(I) * Y(I + 1) + Q(I) * Y(I) + R(I)
2050 NEXT I
2060 FOR L = 2 TO 18 STEP 4
2070 FOR I = L TO L + 2
2080 V(I) = S(I - 1) * Y(I) - T(I - 1) * Y(I - 1) + W(I - 1)
2090 NEXT I
2100 NEXT L
2110 FOR I = 5 TO 21 STEP 4
2120 V(I) = S(I - 1) * H(I) * Y(I) - T(I - 1) * Y(I - 1) + W(I - 1)
2130 NEXT I
2140 FOR I = 22 TO 23
2150 V(I) = S(I - 1) * Y(I) - T(I - 1) * Y(I - 1) + W(I - 1)
2160 NEXT I
2170 IF Y(23) > YI THEN 2230
2180 IF Y(23) > YP THEN 2210
2190 QS = 0
2200 GOTO 2240
2210 QS = KC * (Y(23) + ZC) ^ GC
2220 GOTO 2240
2230 QS = KG * (Y(23) + ZG) ^ GG
2240 PRINT "J="; J, "YF="; Y(23), "QS="; QS
2250 IF J / 10 - INT(J / 10) = 0 THEN 2265
2260 GOTO 2310
2265 INPUT AAA
2270 FOR I = 1 TO 12
2280 PRINT "Y("; I; ")="; Y(I), "Y("; I + 12; ")="; Y(I + 12)
2290 NEXT I
2300 INPUT AAA
2310 J1 = J
2320 J = J1 + 1
2330 IF J > 390 THEN 2350
2340 GOTO 300
2350 PRINT "NB="; NB, "JM="; JM, "YM="; YM
2360 PRINT "FIN"
2370 INPUT AAA
2380 END
2390 RM = ((RA + RD) / 2) ^ (2 / 3)
2400 CA = -((VD - UA + XT) / 9.810001 + 50 * ABS(UA + VD) * (NM / RM) ^ 2) / (2 * TH)
2410 CC = ((1 - TH) * (YD - YA) - DZ - XT * (UA + VD) / 19.62) / TH
2420 CB = (BA + BD) * XT / 4
2430 CD = CB * (YA + YD)
2440 SA = FA + FD
2450 C1 = CA * SA
2460 P(I) = CB / SA + FD / C1
2470 Q(I) = CB / SA - FD / C1
2480 R(I) = CC * FD / C1 - CD / SA
2490 S(I) = FA / C1 - CB / SA
2500 T(I) = FA / C1 + CB / SA
2510 W(I) = CC * FA / C1 + CD / SA
2520 RETURN

```

```

1480 A(I, I - 1) = T(I - 1)
1490 A(I, I) = Q(I) - S(I - 1)
1500 A(I, I + 1) = H(I + 1) * P(I)
1510 B(I) = W(I - 1) - R(I)
1520 NEXT I
1530 FOR I = 5 TO 21 STEP 4
1540 A(I, I - 1) = T(I - 1) * FZ(I) / F(I)
1550 A(I, I) = Q(I) - H(I) * FZ(I) * S(I - 1) / F(I)
1560 A(I, I + 1) = P(I)
1570 B(I) = (W(I - 1) * FZ(I) + (TH * Q2(I) + (1 - TH) * Q1(I))) / F(I) - R(I)
1580 NEXT I
1590 A(22, 21) = T(21)
1600 A(22, 22) = Q(22) - S(21)
1610 A(22, 23) = P(22)
1620 B(22) = W(21) - R(22)
1630 A(23, 22) = T(22)
1640 IF J < 31 THEN 1710
1650 IF Y(23) > YI THEN 1760
1660 IF Y(23) > YP THEN 1710
1670 A(23, 23) = -S(22)
1680 B(23) = W(22)
1690 NA = 0
1700 GOTO 1800
1710 ZZ = KC * (Y(23) + ZC) ^ (GC - 1)
1720 A(23, 23) = TH * GC * ZZ / F(23) - S(22)
1730 B(23) = W(22) - ((1 - TH * GC) * Y(23) + ZC) * ZZ / F(23)
1740 NA = 0
1750 GOTO 1800
1760 ZZ = KG * (Y(23) + ZG) ^ (GG - 1)
1770 A(23, 23) = TH * GG * ZZ / F(23) - S(22)
1780 B(23) = W(22) - ((1 - TH * GG) * Y(23) + ZG) * ZZ / F(23)
1790 NA = 1
1800 NN = NB
1810 NB = NN + NA
1820 C(1) = A(1, 1)
1830 D(1) = B(1)
1840 FOR I = 2 TO 23
1850 C(I) = A(I, I) - A(I, I - 1) * A(I - 1, I) / C(I - 1)
1860 D(I) = B(I) - A(I, I - 1) * D(I - 1) / C(I - 1)
1870 NEXT I
1880 Y(23) = D(23) / C(23)
1890 IF Y(23) < YM THEN 1920
1900 YM = Y(23)
1910 JM = J
1920 FOR I = 22 TO 1 STEP (-1)
1930 Y(I) = (D(I) - A(I, I + 1) * Y(I + 1)) / C(I)
1940 NEXT I
1950 FOR L = 1 TO 17 STEP 4
1960 FOR I = L TO L + 2
1970 U(I) = P(I) * Y(I + 1) + Q(I) * Y(I) + R(I)
1980 NEXT I
1990 NEXT L
2000 FOR I = 4 TO 20 STEP 4

```