

# Pandeo de placas comprimidas

Oscar de BUEN \*

Al estudiar las condiciones de estabilidad de una columna, o de otra pieza cualquiera que trabaje, al menos parcialmente, a compresión, la consideramos como una unidad, es decir, como una pieza prismática que tiene rigidez flexional y torsionante, sin considerar la posibilidad de cambios en la forma de sus secciones transversales y su efecto sobre la capacidad de carga de la pieza.

Sin embargo, los miembros comprimidos de estructuras metálicas están, en general, formados por varios elementos planos, de manera que es posible que las placas que los constituyen alcancen un estado de equilibrio inestable y se pandeen localmente antes de que la pieza falle en forma integral, lo que puede originar una falla prematura de la misma, caracterizada por una distorsión de sus secciones transversales.

Por consiguiente, en el diseño de piezas comprimidas debe estudiarse el problema de la estabilidad de las placas que las componen.

A continuación veremos los fundamentos de la teoría sobre las leyes que controlan el comportamiento de las placas comprimidas, con las distintas condiciones de apoyo que se presentan en los elementos planos de las columnas y demás elementos sometidos a compresión, la que nos proporcionará las bases para establecer reglas prácticas de diseño referentes a las dimensiones de esas placas.

No solamente nos va a interesar el problema del pandeo de placas comprimidas, característico de las columnas y de los patines de compresión de las vigas, ya que en el diseño de estructuras metálicas encontramos muchos otros problemas de estabilidad de placas, bajo otras condiciones de carga; por ejemplo, las almas delgadas de travesaños armadas pueden alcanzar un estado de equilibrio inestable, bajo la acción de esfuerzos cortantes o de esfuerzos cortantes y normales combinados. Sin embargo, en este trabajo nos limitaremos al estudio de las placas sometidas a compresión, y dejaremos para un artículo posterior los demás casos interesantes de inestabilidad de placas.

En comparación con la teoría de la estabilidad de columnas, la de placas resulta más complicada, por el hecho de que la carga crítica de pandeo puede ser diferente de la carga última que la placa sea capaz de soportar, mientras que en el caso de columnas la carga de pandeo es, para fines prácticos, la máxima que puede obrar sobre ellas.

Dependiendo de las condiciones de carga y de las dimensiones de las placas, la carga última

que éstas son capaces de soportar puede llegar a ser apreciablemente mayor que la de pandeo.

## PANDEO DE PLACAS RECTANGULARES COMPRIMIDAS

Presentaremos en seguida el problema de la estabilidad de placas rectangulares comprimidas en una dirección por una carga uniformemente distribuida en el plano de la placa, y su aplicación al diseño de miembros comprimidos de paredes delgadas. El problema se tratará en una forma general, comprendiendo las regiones de pandeo elástico e inelástico, así como las diferentes condiciones de apoyo posibles en los bordes no cargados.

## ECUACIONES FUNDAMENTALES

Consideremos una placa plana sometida en sus dos bordes de ancho  $b$ , paralelos al eje  $y$ , a la acción de una carga uniformemente distribuida  $t \sigma_x$ , siendo  $t$  el grueso de la placa, (fig 1). Su-

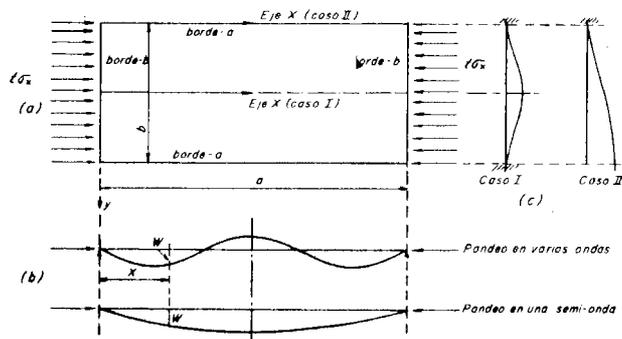


FIGURA 1

ponemos que estos bordes están simplemente apoyados, de manera que la placa puede girar libremente alrededor de ellos (las condiciones de apoyo de los bordes cargados tienen poca influencia en la carga crítica de placas largas, tales como las que se presentan en columnas; en cambio, es decisiva la influencia del tipo de apoyo en los bordes paralelos a la dirección de la carga)<sup>2</sup>.

Los bordes paralelos a la carga (bordes  $a$ ) pueden estar apoyados de varias maneras:

Caso I. La placa está apoyada elásticamente en ambos bordes  $a$ ; como casos límites, esos bordes pueden estar libremente apoyados o empujados.

\* Profesor de Estructuras, División Profesional y División del Doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Caso II. Un borde está apoyado elásticamente y el otro no tiene ningún apoyo. También este caso incluye las dos condiciones límites de que el giro del borde apoyado sea completamente libre o esté impedido.

Las figs. 1 *b* y *c* muestran secciones longitudinales y transversales típicas de la placa deformada para los distintos casos de apoyo. En placas soportadas en los dos bordes (caso I) el pandeo se presenta en una o más medias ondas, dependiendo de la relación  $a/b$ . Las placas que se encuentran en el caso II se pandean en una sola media onda cuando pueden girar libremente en el borde apoyado, y en una o más si el giro está restringido elásticamente o totalmente impedido.

La ecuación diferencial fundamental para la flecha  $\omega$  de una placa plana delgada sometida a la acción de fuerzas en su plano medio, deducida partiendo de la suposición de que las flechas  $\omega$  son pequeñas comparadas con el grueso  $t$  de la placa, es<sup>2</sup>

$$\frac{EI}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) + t \left( \sigma_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right) = 0 \quad (1)$$

En ella,  $\mu$  es el módulo de Poisson, que para el acero puede tomarse igual a 0.3, e  $I = t^3/12$  es el momento de inercia de la sección transversal de una faja de placa de ancho unitario.

En el caso que estamos estudiando,  $\sigma_x$  es constante y  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$  son nulos, de manera que la ecuación diferencial del desplazamiento  $\omega$  toma la forma simplificada siguiente

$$\frac{EI}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) + \sigma_x t \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

Esta ecuación diferencial homogénea desempeña en la teoría de la inestabilidad de placas el mismo papel que la ecuación diferencial homogénea

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + Py = 0$$

en la teoría de columnas.

Análogamente a lo que sucede en la teoría de las columnas, solamente existen soluciones  $\omega$  de la ec. 2 para ciertos valores característicos  $\sigma_{cr}$  del parámetro  $\sigma_x$ ; cada una de esas soluciones describe una configuración deformada de la placa, en equilibrio inestable, asociada con el valor característico correspondiente  $\sigma_{cr}$ . Si el parámetro  $\sigma_x$  es diferente de los valores característicos, la ec. 2 es satisfecha únicamente por la solución  $\omega = 0$ .

Suponiendo que  $\sigma_x$  crece gradualmente desde cero hasta su menor valor característico. Llegamos a un punto en el que, además de la forma plana de equilibrio,  $\omega = 0$ , es también posible una configuración de equilibrio deformada. La bifurcación de la posición de equilibrio indica que se ha alcanzado el valor crítico de  $\sigma_x$ , es decir, la carga

de pandeo. Hablando matemáticamente, la determinación de  $\sigma_{cr}$  es la determinación de los valores característicos del parámetro  $\sigma_x$  en la ec. 2.

En la forma en que la hemos escrito, la ecuación diferencial anterior es válida solamente en el rango de aplicación de la ley de Hooke, y debe ser modificada cuando  $\sigma_x$  excede el límite de proporcionalidad. Haremos esta modificación basándonos en la suposición de que cuando  $\sigma_x$  excede el límite de proporcionalidad el módulo de elasticidad tangente  $E_t$  es efectivo en la dirección  $x$ , mientras que en la  $y$  permanece válido el módulo de Young,  $E$ , ya que  $\sigma_y = 0$ . Suponemos, pues, un comportamiento anisótropo de la placa cuando el esfuerzo crítico  $\sigma_{cr}$  es superior al límite elástico, lo que significa que la deformación de la placa más allá del límite de proporcionalidad en la dirección  $x$  no afecta apreciablemente sus propiedades elásticas en la dirección  $y$ .

Algunos investigadores se han opuesto al punto de vista anterior, alegando que la deformación plástica del material es isotrópica, de manera que la deformación de la placa más allá del límite elástico en una dirección debe producir flujo plástico en todas las demás. Sin embargo, se ha obtenido una buena concordancia entre los resultados teóricos basados en la aceptación de los dos módulos para pandeo en el rango plástico y los resultados obtenidos experimentalmente, en un gran número de ensayos<sup>2</sup>.

En los dos casos, I y II, los valores característicos del parámetro  $\sigma_x$  que resuelven la ecuación diferencial 2 pueden escribirse en la forma

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 k \quad (3)$$

Esta expresión es válida tanto para pandeo elástico como inelástico, ya que, en el primer caso,  $\tau = E_t/E = 1$ .

En la ecuación anterior,  $\sigma_{cr}$  es el esfuerzo crítico de pandeo,  $E$  el módulo de Young,  $\mu$  el de Poisson,  $t$  el grueso de la placa,  $b$  el ancho de la misma,  $k$  un coeficiente no dimensional que depende de las condiciones de apoyo en los bordes no cargados de la placa y de la relación  $a/b$  y  $\tau = E_t/E$ .

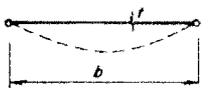
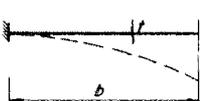
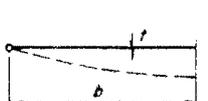
En la Tabla I están dados los valores de  $k$ , para las condiciones extremas de bordes paralelos a la carga libremente apoyados, empotrados o libres, y para diversos valores de  $a/b$ .

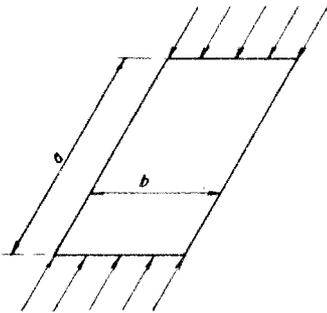
En su parte inferior están anotados los valores mínimos de  $k$ , para las distintas condiciones de apoyo.

La introducción de  $\sqrt{\tau}$  en la ec. 3 permite obtener un valor aproximado, suficientemente preciso para fines prácticos, del esfuerzo crítico de pandeo, cuando éste se presenta arriba del límite de proporcionalidad<sup>4</sup>.

En el rango de pandeo elástico la ec. 3 puede aplicarse directamente, ya que en él  $\tau = 1$ . No sucede lo mismo en los casos de pandeo inelás-

TABLA I. Valores de  $K$  para pandeo de placas comprimidas

CASO	Tipo de apoyo en los bordes paralelos a la carga (Los cargados están siempre libremente apoyados)									
1	Los dos bordes libremente apoyados		$a/b$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
			$K$	270	132	8.41	6.25	5.14	4.53	4.20
			$a/b$	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.41
			$K$	4.04	4.00	4.04	4.13	4.23	4.47	4.49
2	Los dos bordes empotrados		$a/b$	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
			$K$	9.44	7.69	7.05	7.00	7.29	7.83	7.59
			$a/b$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
			$K$	1.70	1.56	1.47	1.41	1.36	1.34	1.33
3	Un borde empotrado, el otro libre.		$a/b$	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
			$K$	1.70	1.56	1.47	1.41	1.36	1.34	1.33
			$a/b$	1.7	1.8	1.9	2.0	2.2	2.4	
			$K$	1.33	1.34	1.36	1.38	1.45	1.47	
4	Un borde libremente apoyado, el otro libre		$a/b$	0.5	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
			$K$	4.40	1.44	1.14	0.952	0.835	0.755	0.698
			$a/b$	2.5	3.0	4.0	5.0	Para placas mas largas		
			$K$	0.610	0.564	0.516	0.506	$k=0.456+(b/c)^2$		



Valores mínimos de  $K$

- 1- Los dos bordes apoyados libremente,  $K = 4.00$
- 2- Los dos bordes empotrados,  $K = 6.97$
- 3- Un borde empotrado, el otro libre,  $K = 1.277$
- 4- Un borde apoyado libremente, el otro libre,  $K = 0.425$
- 5- Un borde apoyado libremente, el otro empotrado,  $K = 5.42$

tico, puesto que entonces  $\tau$  depende de  $\sigma_{cr}$  y es, por consiguiente, una cantidad desconocida al iniciar los cálculos, de tal manera que necesitamos proceder por tanteos para determinar el valor de  $\sigma_{cr}$ . Pueden, sin embargo, eliminarse los tanteos, escribiendo la ecuación en la forma

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{\tau}} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (4)$$

Por medio de esta ecuación determinamos el valor del cociente  $\sigma_{cr}/\sqrt{\tau}$ , y el valor correspondiente de  $\sigma_{cr}$  lo obtenemos utilizando una tabla, calculada de antemano, en la que aparezcan los valores de  $\sigma_{cr}$  en función de  $\sigma_{cr}/\sqrt{\tau}$ . Las tablas II y III o las gráficas de la fig 2 resuelven el problema anterior, para aceros A7 y A36, respectivamente.

PIEZAS COMPRIMIDAS FORMADAS POR VARIAS PLACAS

Los miembros en estructuras de acero están siempre formados por una combinación de ele-

mentos planos, que constituyen el alma y los patines de las secciones  $H$ ,  $I$ ,  $T$ , las paredes de las secciones en cajón, etc.

En todos estos casos puede obtenerse un limite inferior del valor del esfuerzo crítico de pandeo de los elementos planos que forman el perfil, suponiendo que cada uno de ellos está libremente apoyado a lo largo de los bordes que estén ligados con otra placa, (por ejemplo, el alma de una vigueta se considerará libremente apoyada en sus dos bordes, y cada patín se supondrá formado por dos placas, libremente apoyadas en el borde inmediato al alma y sin ningún apoyo en el borde exterior).

El esfuerzo crítico obtenido así para cualquier elemento particular será, en general, menor que el real, ya que los elementos contiguos aumentan la resistencia de la parte en consideración, al darle un apoyo elástico a sus bordes y, por consiguiente, restringir sus deformaciones.

Si se desea hacer el cálculo de los esfuerzos críticos con mayor exactitud, será necesario tener en cuenta la interacción existente entre las diver-

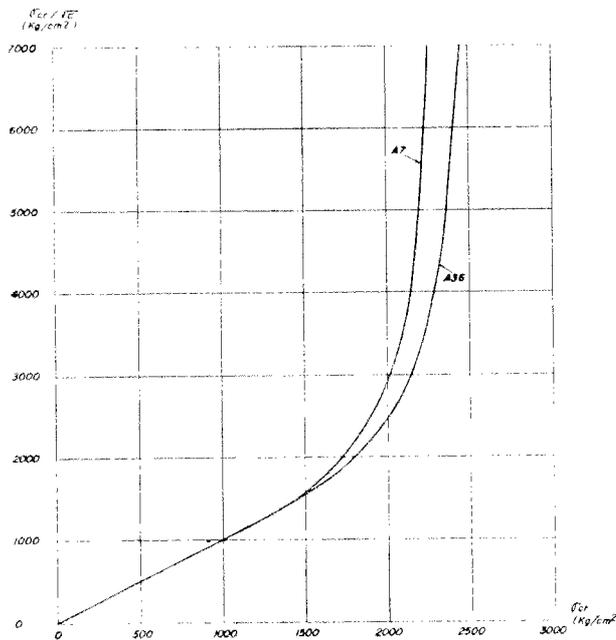
Tabla-II Acero A-7 ( $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{LP} = 1160 \text{ kg/cm}^2$ )

$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$
1160	1160	2000	1730	4000	2140	12000	2295
1200	1200	2200	1810	4500	2170	14000	2300
1300	1290	2400	1875	5000	2200	16000	2302
1400	1375	2600	1935	6000	2230	20000	2305
1500	1450	2800	1980	7000	2260	30000	2310
1600	1520	3000	2020	8000	2270	40000	2315
1800	1635	3500	2090	10000	2290	50000	2315
						$\infty$	2320

Tabla-III Acero A-36 ( $\sigma_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_{LP} = 1265 \text{ kg/cm}^2$ )

$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$	$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$	$\sigma_{cr}$
1265	1265	2200	1900	4500	2340	14000	2505
1300	1300	2400	1970	5000	2370	16000	2510
1400	1390	2600	2050	6000	2410	20000	2520
1500	1470	2800	2100	7000	2460	30000	2525
1600	1550	3000	2150	8000	2470	40000	2525
1800	1690	3500	2230	10000	2490	50000	2525
2000	1810	4000	2290	12000	2500	$\infty$	2530

$\sigma_{cr}/\sqrt{E}$  y  $\sigma_{cr}$  están dados en  $\text{Kg/cm}^2$



$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^0} = \frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{(\sigma_y - \sigma_{cr}) \sigma_{cr}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{(\sigma_y - \sigma_{cr}) t_1 P}}$$

Tomando  $\sigma_{cr}^0 = E_y/2$ , obtenemos:  $\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr}^0}\right)^2 = \frac{2520 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}{1545600 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}$

Para acero A7 -  $\sigma_{cr} = \frac{2530 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}{1600225 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}$

Para acero A36 -  $\sigma_{cr} = \frac{2530 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}{1600225 \left(\frac{\sigma_{cr}}{E}\right)^2}$

FIGURA 2

las placas que forman el perfil, lo que nos permitirá obtener los valores reales de  $k$  correspondientes a cada una de ellas.

En casos de interacción, el pandeo local se inicia en una de las placas; en cuál de ellas sea en la que inicie el fenómeno, depende de las rigideces relativas de las distintas placas y de las magnitudes de los esfuerzos de compresión existentes en ellas.

Afortunadamente, puede suponerse inicialmente que el fenómeno es independiente de los esfuerzos en las placas, y considerar posteriormente su efecto introduciendo factores correctivos adecuados, bastante sencillos, en las fórmulas finales<sup>2</sup>.

El factor de rigidez correspondiente a cada placa puede determinarse fácilmente escribiendo la fórmula (3) como sigue

$$\sigma_{cr} = \left[ \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1 - \mu^2)} \right] \left[ \frac{k}{(b/t)^2} \right]$$

El término contenido en el segundo paréntesis es el factor de rigidez, y es evidente que el esfuerzo crítico de pandeo varía directamente con él; por consiguiente, el pandeo se iniciará en la placa que tenga el factor de rigidez menor (si el factor de rigidez mínimo es común a dos o más de los elementos planos, el pandeo empezará en cualquiera de ellos pero, de todos modos, todas las placas participarán en el pandeo cuando se alcance el esfuerzo crítico).

Para determinar los valores relativos de los factores de rigidez, consideremos que el coeficiente  $k$  de las placas soportadas en ambos bordes longitudinales vale 4.00, mientras que el de las que tienen un borde apoyado y el otro libre vale 0.425.

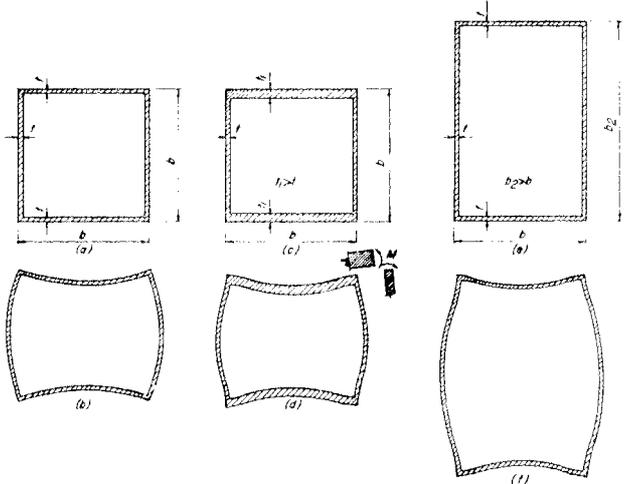


FIGURA 3

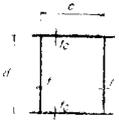
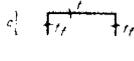
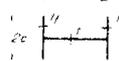
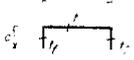
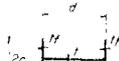
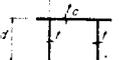
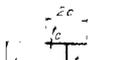
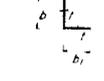
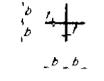
Aclaremos el fenómeno de la interacción de elementos planos en un miembro comprimido, con referencia al pandeo local de los mismos, estudiando una columna de sección transversal cuadrada hueca, formada por cuatro placas.

Comencemos con el caso ilustrado en la fig. 3 a, en el que las cuatro placas que forman la columna son del mismo grueso. Puesto que todas las placas tienen iguales condiciones de apoyo,  $k$  tiene el mismo valor para las cuatro, y dado que la relación  $b/t$  es también igual para todas, el factor de rigidez  $k/(b/t)^2$  es constante para las cuatro placas; por consiguiente, el pandeo local puede iniciarse en cualquiera de ellas. Cuando se produce éste, una sección transversal del miembro hecha a través de una onda tiene el aspecto mostrado en la fig. 3 b: si las placas laterales se flexionan hacia fuera, las horizontales lo harán hacia dentro, y viceversa.

Puesto que todas las placas tienen la misma rigidez, ninguna de ellas se opone al pandeo de las demás, y todos los bordes giran libremente alrededor de ejes longitudinales que pasan por las esquinas de la sección; por consiguiente,  $k$  vale 4.00 para todas ellas. (Si solamente dos de las placas estuviesen sometidas a la acción de fuerzas longitudinales de compresión, las otras dos ejercerían ciertas restricciones sobre ellas, debido a su rigidez propia; pero si los cuatro lados están comprimidos uniformemente, como sucede en las columnas cargadas axialmente, los dos pares de placas pasan al estado de equilibrio inestable simultáneamente, sin que ninguno sea capaz de soportar al otro).

En el segundo caso, ilustrado en la fig 3 c, el grueso  $t_1$  de las placas horizontales es mayor que el de las laterales,  $t$ . El valor de  $k$  sigue

TABLA IV

Tipo de sección transversal	Coefficiente de restricción	$\sqrt{k}$	Tipo de sección transversal	Coefficiente de restricción	$\sqrt{k}$
<p>Almas de secciones en cajón</p> 	$\beta = \frac{t_f^3}{12^3} \frac{0.38}{1 - \frac{t_c^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para <math>\frac{t_c}{12} \geq 1</math></p>	$2 + \frac{2}{10\beta + 3}$	<p>Almas de canales</p> 	$\beta = 2 \frac{t_f^3}{12^3} \frac{0.16 + 0.0056(d/c)^2}{1 - 9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para: <math>9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \geq 1</math></p>	$2 + \frac{c}{10\beta + 3}$
<p>Almas de secciones I</p> 	$\beta = \frac{t_f^3}{12^3} \frac{0.16 + 0.0056(d/c)^2}{1 - 9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para <math>9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \geq 1</math></p>	$2 + \frac{2}{10\beta + 3}$	<p>Patines de canales</p> 	$\beta = \frac{t_f^3}{12^3} \frac{1}{1 - 0.106 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para: <math>9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \geq 1</math></p>	$0.65 + \frac{2}{3\beta + 4}$
<p>Patines de secciones I</p> 	$\beta = 2 \frac{t_f^3}{12^3} \frac{1}{1 - 0.106 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para <math>9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \geq 1</math></p>	$0.65 + \frac{2}{3\beta + 4}$	<p>Almas de secciones U</p> 	$\beta = \frac{t_f^3}{12^3} \frac{c}{d} \frac{1}{1 - 0.106 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para <math>9.4 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \geq 1</math></p>	$0.65 + \frac{2}{3\beta + 4}$
<p>Alma de secciones T</p> 	$\beta = \frac{t_f^3}{12^3} \frac{1}{1 - 0.106 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2}}$ <p>válido para <math>0.106 \frac{t_f^2}{12^2} \frac{c^2}{d^2} \leq 1</math></p>	$0.65 + \frac{2}{3\beta + 4}$	<p>Angulos</p> 	$b_1/b = 1 \quad b/1 \leq 0.652C$ $b_1/b = 2/3 \quad b/1 \leq 0.711C$ $b_1/b = 1/2 \quad b/1 \leq 0.754C$	
			<p>Secciones en cruz</p> 	$b/1 \leq 0.652C$	

Los valores de C están dados por las ecuaciones II

siendo de 4.00 para todas las placas, como en el primer caso, pero  $(b/t)^2$  es mayor para las placas laterales que para las horizontales, luego estas últimas son más rígidas, y el pandeo local se iniciará en las laterales. Las placas superior e inferior, más rígidas, tratan de impedir el giro de las laterales, lo que da lugar a la aparición de momentos a lo largo de los bordes de éstas, que restringen su rotación, ocasionando una condición intermedia entre el apoyo simple y el empotrado; al mismo tiempo, esos momentos tienden a pandear las placas superior e inferior. Como un resultado de todo esto, el coeficiente  $k$  de las placas laterales aumenta, más allá del valor de 4.00 correspondiente a apoyos libres, mientras que el de las placas horizontales disminuye, y el pandeo de la sección se presenta cuando se igualan los factores de rigidez de ambos pares de placas.

En el tercer ejemplo, mostrado en las figs 3e y 3f, las cuatro placas tienen el mismo grueso, pero las laterales, más anchas, tienen un factor de rigidez menor, y es en ellas, por consiguiente, en las que se inicia el pandeo de la sección, de manera análoga al segundo caso.

En los casos segundo y tercero las placas laterales están soportadas, por lo que su pandeo está restringido, por la superior e inferior.

Una discusión análoga a la que acabamos de hacer para secciones en cajón puede efectuarse para otras secciones, tales como viguetas, canales, zetas, etc.

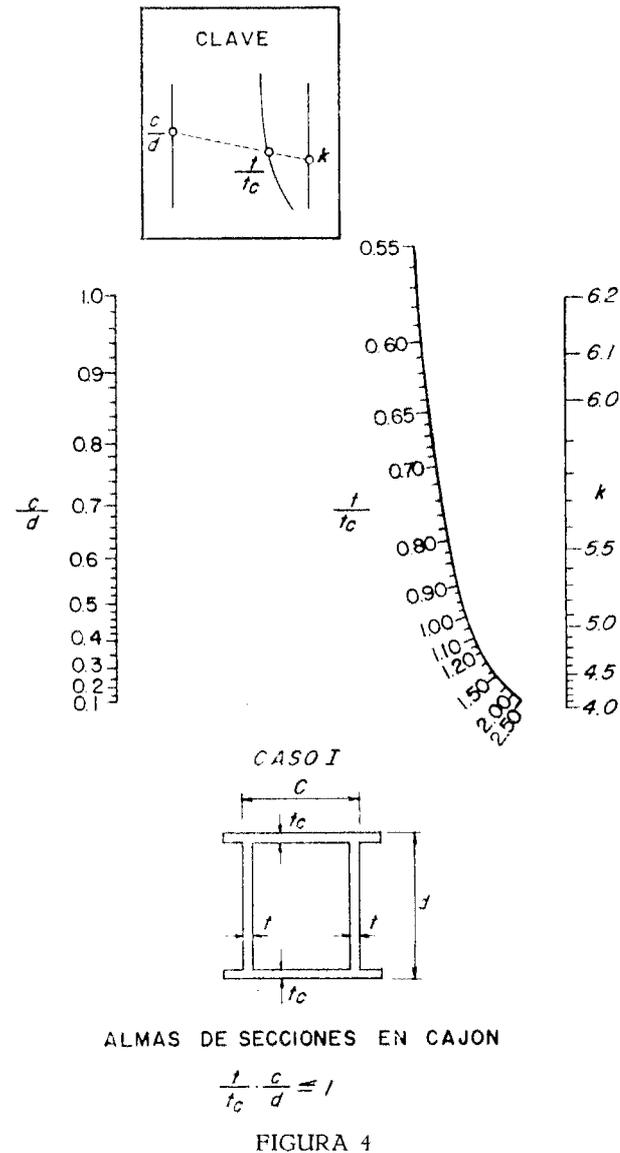
Cuando el pandeo local se presenta antes que el pandeo de conjunto del miembro, la placa en la que se inicia el fenómeno deja de ser capaz de soportar, por sí sola, la carga que le corresponde, y necesita la restricción proporcionada por los elementos contiguos, hasta que la magnitud de la carga es tal que ocasiona el pandeo local de la sección transversal completa. Al presentarse el fenómeno de inestabilidad local del conjunto, se igualan los factores de rigidez de todas las placas que forman la columna.

En los últimos tiempos se ha trabajado intensamente para determinar los coeficientes  $k$  de las placas que forman las columnas metálicas, teniendo

do en cuenta la interacción existente entre ellas, y se ha logrado obtener sus valores para distintas secciones, en función de las dimensiones de las mismas.

En la tabla IV aparece un resumen de los resultados obtenidos, y los nomogramas de las figs

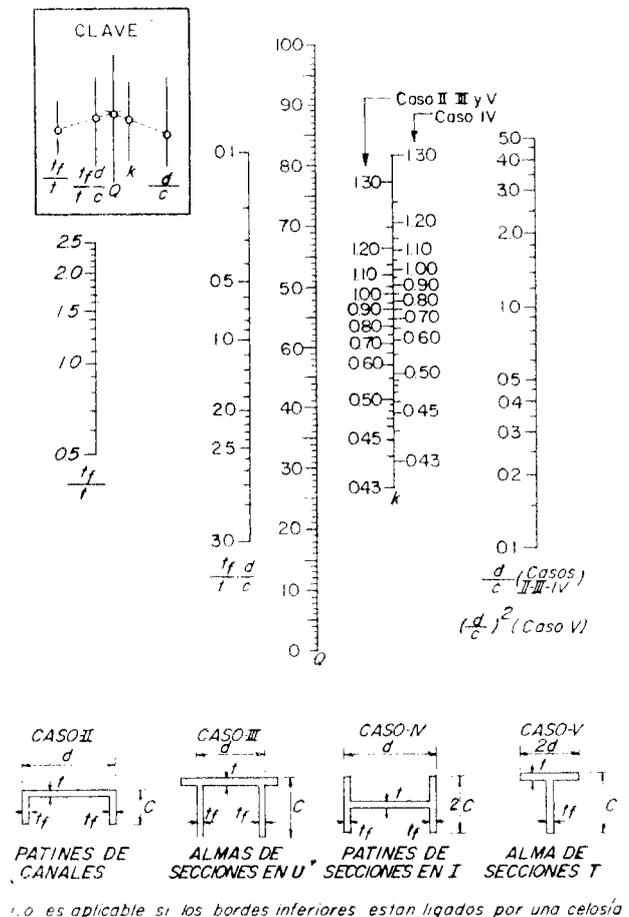
**COEFICIENTE DE PLACA-K**



**FORMULAS PARA LA DETERMINACION DE LA RELACION ANCHO - GRUESO DE LAS PLACAS QUE FORMAN UNA COLUMNA CARGADA AXIALMENTE**

Para evitar la falla prematura de miembros comprimidos, formados por elementos planos, por pandeo local de éstos, las dimensiones de sus secciones transversales deben proporcionarse de tal manera que las placas individuales que las componen ofrezcan al pandeo local una resistencia igual o mayor que la que el miembro completo presenta al pandeo de conjunto, como columna. Por consiguiente, el esfuerzo crítico  $\sigma_{cr}$  para el que se presenta la inestabilidad local debe ser igual o mayor que el esfuerzo crítico de pandeo de la columna.

**COEFICIENTE DE PLACA - k**



1.0 es aplicable si los bordes inferiores están ligados por una celosía

4, 5 y 6 son soluciones gráficas de la mayor parte de los casos tabulados en ella<sup>2,3</sup>. Cada gráfica cubre uno o más casos, como se muestra en su parte inferior, y el coeficiente  $k$  obtenido de ellas debe utilizarse únicamente para el elemento plano particular descrito en cada caso.

El coeficiente de restricción  $\xi$  depende de las dimensiones de la placa que se pandea y de las que restringen ese fenómeno.

Esta condición puede expresarse como sigue

$$\frac{\pi^2 E}{(l/r)^2} \leq \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (5)$$

$$\left[1 - \frac{(l/r)^2}{2C_r^2}\right] \sigma_y \leq \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (6)$$

COEFICIENTE DE PLACA - k

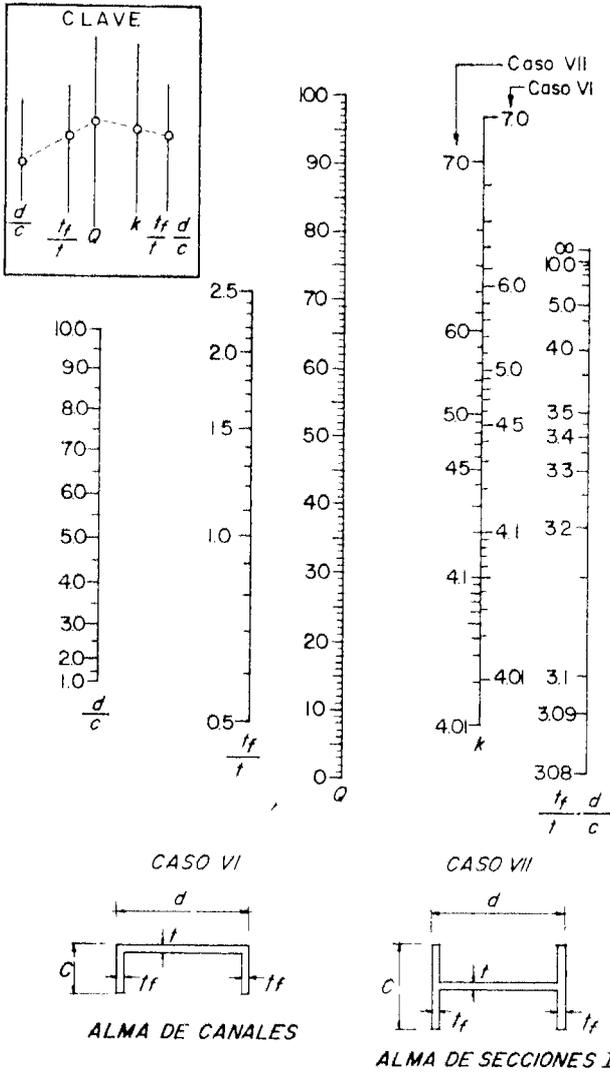


FIGURA 6

donde

$$C_r = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_y}}$$

En ambas expresiones,  $l/r$  es la relación de esbeltez de la columna.

La ec. 5 es aplicable en los casos en que el pandeo de la columna se produzca en el rango elástico, y la (6) cuando se presente en el plástico.

Efectuando simplificaciones, la ec. 5 se reduce a

$$\frac{1}{(l/r)^2} \leq \frac{k}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2$$

Tomando  $\mu = 0.3$  y despejando a  $b/t$ , obtenemos

$$\frac{b}{t} \leq 0.303 \frac{l}{r} \sqrt{k} \quad (7)$$

Esta ecuación es aplicable para todos los tipos de acero. Desde luego, dependiendo de las condiciones de apoyo de la columna, en ella se utilizará la longitud efectiva  $kl$ , en vez de la real,  $l$ .

Sustituyendo en (6)  $\tau$  por su valor, dado por  $\tau = (\sigma_y - \sigma_{cr})\sigma_{cr}/(\sigma_y - \sigma_{LP})\sigma_{LP}$  (ref 2), tomando  $\sigma_{LP} = \sigma_y/2$  y  $\sigma_{cr} = [1 - (l/r)^2/2C_c^2]\sigma_y^{5.9}$ , y efectuando transformaciones algebraicas, llegamos a la expresión siguiente

$$\left(\frac{t}{b}\right)^4 = \frac{[2C_c^2 - (l/r)^2]\sigma_y^2}{3.24 E^2 k^2 (l/r)^2}$$

Tomando  $E = 2\,039\,000$  kg/cm<sup>2</sup> y sustituyendo  $C_c$  y  $\sigma_y$  por sus valores, obtenemos, para aceros A7 y A36, respectivamente.

Acero A7

$$\frac{b}{t} \leq \frac{39.9 \sqrt{l/r}}{\sqrt[3]{34690} (l/r)^2} \sqrt{k} \quad (8)$$

Acero A36

$$\frac{b}{t} \leq \frac{38.2 \sqrt{l/r}}{\sqrt[3]{31802} (l/r)^2} \sqrt{k} \quad (9)$$

Las tres fórmulas anteriores, (7), (8) y (9), pueden escribirse en la forma general siguiente

$$\frac{b}{t} \leq C \sqrt{k} \quad (10)$$

Los valores del coeficiente  $C$  de la ec. 10 están dados por las expresiones:

Acero A7  $0 < l/r \leq 131.7$ :

$$C = 39.9 \sqrt{l/r} / \sqrt[3]{34690} (l/r)^2 \quad l/r \geq 131.7$$

$$C = 0.303 l/r$$

Acero A36  $0 < l/r \leq 126.1$ :

$$C = 38.2 \sqrt{l/r} / \sqrt[3]{31802} (l/r)^2 \quad l/r \geq 126.1$$

$$C = 0.303 l/r$$

(11)

La ec 10 permite determinar el valor de la relación  $b/t$  necesario para que el pandeo local de cada placa no se presente antes que el pandeo de conjunto de la columna; los valores de los coeficientes  $\sqrt{k}$  y  $C$  que aparecen en ella se obtienen, respectivamente, de la Tabla IV o por medio de los nomogramas de las figs 4, 5 ó 6, y aplicando las ecs 11, o utilizando las gráficas de la fig 7. (Los valores de los coeficientes  $C$  para aceros A7 y A36 son tan semejantes que en la figura las dos gráficas se confunden en una sola).

Como dijimos antes, al referirnos a la ec 7, en los segundos miembros de las ecs 10 y 11 debe tomarse la longitud efectiva de la columna, de acuerdo con sus condiciones de apoyo, y no su longitud real.

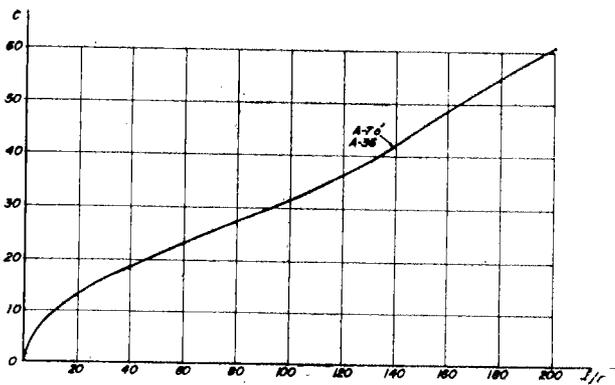


FIGURA 7

**RELACION ANCHO-GRUESO DE PLACAS COMPRIMIDAS QUE FORMAN PARTE DE BARRAS SOMETIDAS A FLEXION O A FLEXO-COMPRESION**

Las fórmulas obtenidas en el inciso anterior, válidas para columnas cargadas axialmente, no serán aplicables a elementos planos comprimidos que formen parte de vigas o de columnas cargadas excéntricamente, pero sí lo será el criterio seguido en su obtención, basado en que las dimensiones de las placas deben ser tales que éstas no fallen por pandeo local antes de que se presente la falla de conjunto del miembro; con esta condición, y utilizando en cada caso particular la fórmula correspondiente para el esfuerzo crítico de conjunto, podremos determinar las relaciones  $b/t$  admisibles.

Veamos a qué expresiones se llega en el caso de miembros sometidos a flexión.

De acuerdo con las especificaciones del AISC<sup>5</sup> y con el Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F.<sup>8,10</sup>, el esfuerzo permisible en las fibras extremas de los patines comprimidos de piezas flexionadas que tengan un eje de simetría en el plano de su alma, y que no sean secciones en cajón, es el mayor de los dados por las ecuaciones siguientes:

$$\sigma_p = \frac{845\,000}{ld/A_p} \leq 0.6 \sigma_y \quad (12)$$

$$\sigma_p = \left[ 1.0 - \frac{(l/r)^2}{2C_c^2 C_b} \right] 0.6 \sigma_y \leq 0.6 \sigma_y \quad (13)$$

La ec 13 es, en realidad, aplicable únicamente para  $l/r \leq C_c$ ; si  $l/r > C_c$ , debe sustituirse por<sup>10</sup>

$$\sigma_p = \frac{12\,100\,000}{(l/r)^2} \quad (14)$$

El significado de las literales que aparecen en estas ecuaciones puede verse en cualquiera de las refs. 5, 8 ó 10.

Las ecs 12, 13 y 14, junto con la (3), nos servirán para fijar los valores máximos de la relación ancho-grueso admisibles en los patines comprimidos de piezas flexionadas.

Procedemos de una manera análoga a como se hizo en el caso de columnas cargadas axialmente; por consiguiente, las ecuaciones básicas son:

$$\frac{0.69 E}{ld/A_p} \leq \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (15)$$

$$\left[ 1.0 - \frac{(l/r)^2}{2C_c^2 C_b} \right] \sigma_y \leq \frac{\pi^2 E \sqrt{\tau}}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (16)$$

$$\frac{\pi^2 E}{(l/r)^2} \leq \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k \quad (17)$$

En todos los casos, imponemos la condición de que el esfuerzo crítico de pandeo local sea mayor o igual que el esfuerzo crítico de pandeo de conjunto.

En la ec 15 no se introduce el factor  $\sqrt{\tau}$  en el segundo miembro, para ser congruentes con la obtención de la ec. 12, en la que tampoco se hace ninguna corrección por pandeo inelástico<sup>10</sup>.

Sustituyendo valores numéricos en las ecs 15, 16 y 17, y efectuando transformaciones algebraicas, llegamos a los resultados que aparecen a continuación.

Caso en que rige la ec. 12 en el cálculo del esfuerzo permisible:

$$b^3/t \leq 1.3 kld \quad (18)$$

Evidentemente, la importancia práctica de esta ecuación es pequeña, ya que la fórmula 12 rige únicamente para secciones robustas (vigas I laminadas, por ejemplo), en las que la relación  $b/t$  del ancho al grueso del patín suele tener valores menores que los necesarios para que pueda alcanzarse el esfuerzo de fluencia, sin pandeo local.

Para ciertos valores del parámetro  $ld/A_p$  (menores que 600, en el caso del acero A7), la ec. 12 nos indica que el esfuerzo permisible es igual a  $0.6\sigma_y$ , en esos casos, el esfuerzo crítico de pandeo de conjunto es  $\sigma_y$  luego el patín comprimido deberá tener dimensiones tales que permitan la aparición del esfuerzo de fluencia antes de pandearse, localmente, si se desea emplear como esfuerzo de diseño  $0.6\sigma_y$ ; en caso contrario, los esfuerzos que regirán el diseño serán los de pandeo local, afectados, desde luego, de un coeficiente de seguridad adecuado.

Lo mismo puede decirse para secciones en cajón.

Caso en que rigen las ecs. 13 y 14:

$$b/t \leq C \sqrt{k} \quad (10)$$

Los valores de C están dados por:

Acero A7	$0 < l/r \leq 131.7:$	$C = 39.9 \sqrt{l/r} / \sqrt[4]{34690 C_b - (l/r)^2}$	$\left. \vphantom{\begin{matrix} C = 39.9 \sqrt{l/r} / \sqrt[4]{34690 C_b - (l/r)^2} \\ C = 0.303 l/r \\ C = 38.2 \sqrt{l/r} / \sqrt[4]{31802 C_b - (l/r)^2} \\ C = 0.303 l/r \end{matrix}} \right\} (19)$
	$l/r \geq 131.7:$		
	$C = 0.303 l/r$		
Acero A36	$0 < l/r \leq 126.1:$	$C = 38.2 \sqrt{l/r} / \sqrt[4]{31802 C_b - (l/r)^2}$	
	$l/r \geq 126.1:$		
	$C = 0.303 l/r$		

En estas expresiones,  $l$  es la longitud libre de pandeo lateral del patin comprimido,  $r$  el radio de giro de una  $T$  formada por el patin comprimido y un sexto del alma, respecto al eje de simetría contenido en el plano del alma y  $C_b$  es un factor que depende de la ley de variación del momento flexionante <sup>4, 5, 10</sup>.

Cuando se trate de piezas flexo-comprimidas no será posible llegar a fórmulas del tipo de las que hemos obtenido para miembros comprimidos o flexionados únicamente.

El camino a seguir, en ese caso, será diseñar la pieza empleando las fórmulas de interacción usuales, y checar después si los esfuerzos permisibles por compresión axial y por flexión que aparecen en esas ecuaciones no son mayores que los de pandeo local correspondientes a las placas que forman el elemento.

### EFFECTO DE LOS ESFUERZOS RESIDUALES <sup>16</sup>

En la discusión anterior sobre el comportamiento de placas comprimidas se tomaron en cuenta únicamente los esfuerzos residuales que existen en los perfiles laminados como una consecuencia de su enfriamiento no uniforme, los que dan lugar a que el límite de proporcionalidad baje, en promedio, a la mitad del esfuerzo de fluencia obtenido en un ensaye de tensión o compresión simple.

Ahora bien, en las placas pueden existir, además, esfuerzos residuales de otros tipos los que, evidentemente, tienen una influencia decisiva en la intensidad de la carga axial necesaria para producir el pandeo.

Si los esfuerzos residuales son de compresión y están distribuidos en forma aproximadamente uniforme a través de la placa (tales como los debidos a soldaduras en los bordes), simplemente se suman a los esfuerzos ocasionados por las cargas exteriores, de manera que el esfuerzo exterior  $\sigma_{cr}^{ext}$  necesario para producir el pandeo se reduce

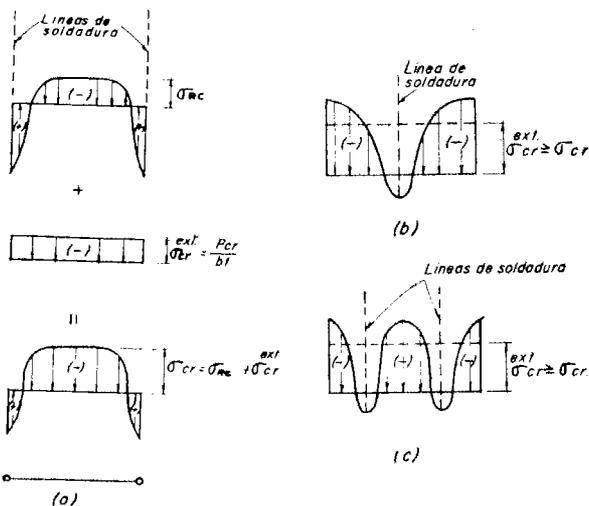


FIGURA 8

en una cantidad igual a la magnitud de dichos esfuerzos residuales.  $\sigma_{RC}$ . Este caso está ilustrado gráficamente en la fig 8a.

El efecto de otras distribuciones de esfuerzos residuales sobre el pandeo de placas comprimidas es difícil de analizar y, en algunos casos, puede llegar a obtenerse una placa más resistente que si no existiesen <sup>16</sup>, es decir, es posible que  $\sigma_{cr}^{ext} > \sigma_{cr}$ . El problema se vuelve aún más complicado cuando los esfuerzos residuales ocasionan flujos plásticos locales antes de que se alcance el esfuerzo de pandeo (ver fig 8b, y c).

### CRITERIOS DE DISEÑO PARA LA DETERMINACION DEL GRUESO NECESARIO EN ELEMENTOS PLANOS DE COLUMNAS Y OTROS ELEMENTOS COMPRIMIDOS

La condición fundamental que rige el diseño, con respecto al pandeo local, de las placas utilizadas como elementos constitutivos de piezas comprimidas, de acuerdo con las especificaciones del AISC <sup>4, 6</sup>, es el requisito de que pueda alcanzarse en cada placa el esfuerzo correspondiente al límite de fluencia del material sin que se presente el fenómeno de pandeo, independientemente del esfuerzo crítico de pandeo del miembro con siderado en conjunto.

Es decir, las especificaciones americanas fijan relaciones ancho-grueso para las placas comprimidas que garantizan que nunca se producirán fallas locales por pandeo para esfuerzos menores que el correspondiente al límite de fluencia del material; por consiguiente, esas relaciones son fijas, e independientes de la esbeltez de conjunto de la columna <sup>5</sup>.

En Europa se emplea, en general, otro criterio para el diseño de elementos planos; de acuerdo con él, para evitar la falla prematura por pandeo local de miembros comprimidos, su sección transversal debe dimensionarse de tal manera que las placas individuales que la componen ofrezcan al pandeo la misma o mayor resistencia que la que el miembro completo presenta al pandeo primario de la columna. Por consiguiente, el esfuerzo crítico de pandeo local  $\sigma_{cr}$  debe ser igual o mayor que el esfuerzo crítico al que la columna, de relación de esbeltez  $l/r$ , falla en conjunto <sup>7</sup>.

De acuerdo con esto, la relación  $b/t$  cambia con la relación de esbeltez de la columna, al contrario de lo que sucede en las normas del AISC en las que, como vimos antes,  $b/t$  es constante.

Las especificaciones del AISC fijan los límites superiores siguientes a los valores de la relación ancho-grueso de las placas que forman parte de miembros sujetos a compresión axial o a compresión debida a flexión <sup>8</sup>:

- a) Placas soportadas en uno solo de sus bordes:
  - Puntales formados por un solo ángulo o por dos ángulos con separadores

$$640/\sqrt{\sigma_y}$$

Puntales formados por dos ángulos en contacto, ángulos o placas que formen parte de traves, columnas u otros miembros comprimidos, patines comprimidos de vigas y atiesadores de traves armadas

Almas de tes

$$\frac{800}{\sqrt{\sigma_y}}$$

$$\frac{1065}{\sqrt{\sigma_y}}$$

Al calcular las relaciones anteriores el ancho de las placas se medirá desde el borde libre a la primera línea de remaches o tornillos o al primer cordón de soldadura; el ancho de las alas de ángulos, de los patines de canales y zetas y de las almas de tes se tomará igual a la dimensión nominal completa, y el ancho de patines de vigas y tes, igual a la mitad del ancho nominal.

b) *Placas soportadas en sus dos bordes:*

La relación entre el ancho no soportado de placas de alma, cubreplacas o diafragmas, medido entre las dos líneas más cercanas de remaches, tornillos o soldaduras, o entre los arranques de los patines, en el caso de perfiles laminados, y el grueso de las mismas, no será mayor de

$$\frac{2130}{\sqrt{\sigma_y}}$$

En todas estas expresiones,  $\sigma_y$  debe tomarse en kg/cm<sup>2</sup>.

Como dijimos más arriba, estos valores se han obtenido partiendo de la condición de que no se presenten, en ningún caso, fenómenos de pandeo local, para esfuerzos menores de  $\sigma_y$ ; por consiguiente, son válidos para todos los casos de placas sometidas a compresión pura, independientemente de que formen parte de perfiles comprimidos uniformemente o de elementos sometidos a flexión (patines de compresión en vigas); además, en su obtención se ha hecho la suposición de que el acero se comporta elásticamente hasta que los esfuerzos de compresión llegan al límite de fluencia (es decir, se supone que  $\tau = 1$ ) y la de que las placas que forman los perfiles están libremente apoyadas a lo largo de sus bordes en contacto con otras placas.

De acuerdo con estas hipótesis calculemos, por ejemplo, la relación  $b/t$  máxima permisible para el alma de un perfil  $I$  que trabaje como columna, sometido a compresión axial (fig 9).

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{12(1 - \mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \sigma_y$$

Puesto que suponemos que el alma es una placa libremente apoyada en sus dos bordes,  $k = 4.00$ . De la ecuación anterior,

$$\left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{12(1 - \mu^2) \sigma_y}{\pi^2 E k}$$

Sustituyendo valores numéricos

$$\left(\frac{t}{b}\right)^2 = \frac{12(1 - 0.3)^2 \sigma_y}{3.14^2 \times 2\,039\,000 \cdot 4} = \frac{10.95}{80\,500\,000} \sigma_y$$

$$\frac{t}{b} = \frac{3.3}{9\,000} \sqrt{\sigma_y}, \quad \frac{b}{t} = \frac{9\,000}{3.3} \frac{1}{\sqrt{\sigma_y}} = \frac{2\,720}{\sqrt{\sigma_y}}$$

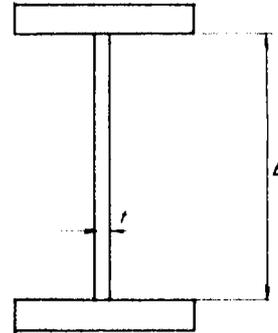


FIGURA 9

El AISC da, para este caso,  $b/t \leq 2130/\sqrt{\sigma_y}$ , es decir, limita el valor de la relación  $b/t$  a aproximadamente el 80% del calculado.

De manera análoga pueden obtenerse los valores del cociente  $b/t$  admisibles en los demás casos.

En el capítulo de estructuras de acero del proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F.<sup>8</sup> se fijan como límites de la relación ancho-grueso para elementos comprimidos  $2\,100/\sqrt{\sigma_y}$ , en el caso de placas apoyadas en los dos bordes y  $800/\sqrt{\sigma_y}$  para placas apoyadas en uno sólo.

Sin embargo, se permiten valores mayores que los anteriores si se efectúan estudios que los justifiquen, y siempre que los esfuerzos críticos de pandeo de las placas no sean menores que el esfuerzo crítico del miembro en conjunto.

Si se desea aplicar esta última cláusula, se recomienda que se determinen los gruesos admisibles de las placas empleando los métodos discutidos con anterioridad en este artículo, y cuyos resultados finales están dados por las ecs. 10 y 11, para el caso de columnas sometidas a compresión axial, y (10) y (19), para piezas flexionadas. En caso de que se quiera tener un margen de seguridad contra el pandeo local mayor que contra el pandeo de conjunto, (lo que es, en general, recomendable) pueden tomarse valores de la relación  $b/t$  algo menores que los dados por (10) y (11) ó (10 y (19), por ejemplo, el 75 u 80% de ellos.

Cuando las placas en estudio formen parte de elementos sometidos a flexo-compresión, las ecs. 10, 11, y 19, basadas en los esfuerzos permisibles en columnas cargadas axialmente y en vigas sometidas a flexión pura dejan de ser válidas; en estos casos, si se desea utilizar relaciones  $b/t$  mayores que las dadas por las especificaciones, se obtienen primero las dimensiones de la sección transversal de la pieza necesaria para soportar los elementos mecánicos que obran sobre ella y

en seguida se comparan los esfuerzos permisibles por compresión axial y flexión con los críticos de pandeo de las placas que la componen, divididos entre un coeficiente de seguridad adecuado.

Este procedimiento es útil en ocasiones en que, siendo fijas las dimensiones exteriores del elemento en consideración, por requisitos arquitectónicos, por ejemplo, resulta éste muy sobrado si se utilizan en su formación placas que llenen las relaciones  $b/t$  especificadas; en estos casos, a través de un proceso de tanteos, puede llegarse a dimensiones de placas cuyo esfuerzo crítico sea mayor que el de falla del miembro siendo, sin embargo, más esbeltas que las dadas por las especificaciones y proporcionando, por consiguiente, un perfil más económico.

## EJEMPLOS

1. Obtener el valor de la relación  $b/t$  admisible para las placas que forman las almas de la sección en cajón de la fig 10, suponiendo que están sometidas a esfuerzos de compresión simple.

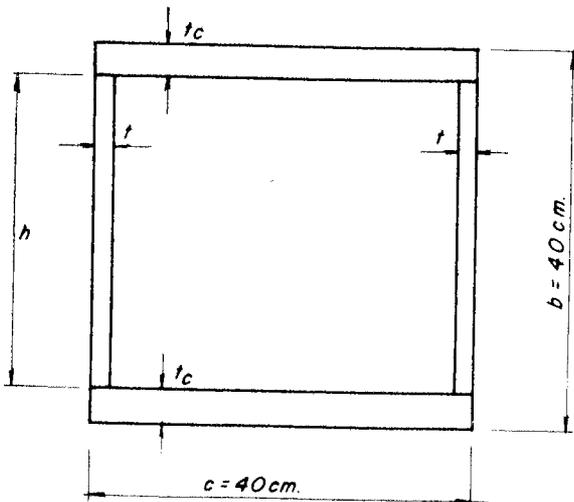


FIGURA 10

Especificaciones del AISC<sup>5</sup>

$$\text{Para este caso, } \frac{b}{t} \leq 2130/\sqrt{\sigma_y}$$

$$\text{Para acero A7: } \frac{b}{t} \leq \frac{2130}{\sqrt{2320}} = 44$$

Normas Alemanas (DIN 4114)<sup>7</sup>

$$\text{Para } \frac{l}{r} \leq 75, \quad \frac{b}{t} \leq 60 - 15\theta^2$$

$$\text{Para } \frac{l}{r} > 75, \quad \frac{b}{t} \leq (0.8 - 0.2\theta^2) \frac{l}{r}$$

En estas expresiones,  $\theta = ct/ht_c$ ; por consiguiente, para poder aplicarlas, necesitamos suponer valores de  $t$  y  $t_c$ .

Tomemos, por ejemplo,  $t_c = 2.5$  cm,  $t = 1.5$  cm.

$$\theta = \frac{40 \times 1.5}{35 \times 2.5} = 0.685$$

Consideremos dos valores de la relación de esbeltez de la columna, uno menor y el otro mayor que 75.

Para  $l/r = 50$ :

$$h/t \leq 60 - 15 \times 0.685^2 = 60 - 7.05 \approx 53$$

Para  $l/r = 150$ :

$$h/t \leq (0.8 - 0.2 \times 0.685^2) 150 = 0.706 \times 150 \approx 106$$

Con los gruesos de placas que hemos supuesto,

$$\frac{h}{t} = \frac{36}{1.5} \approx 23$$

Si se desea emplear placas más delgadas, será necesario hacer otro tanteo, con los nuevos valores de  $t$  y  $t_c$ .

Método de las fórmulas 10 y 11

$$\frac{b}{t} \leq C \sqrt{k}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{40}{40} = 1, \quad \frac{t}{t_c} = \frac{1.5}{2.5} = 0.6.$$

$$\frac{t}{t_c} \cdot \frac{c}{b} = 0.6 < 1.0$$

De la tabla IV:

$$\alpha = \frac{t^3}{t_c^3} \cdot \frac{0.38}{1 - \frac{t^2}{t_c^2} \cdot \frac{c^2}{b^2}} = 0.216 \times \frac{0.38}{1 - 0.36} = 0.129;$$

$$\sqrt{k} = 2 + \frac{2}{10\xi + 3} = 2 + \frac{2}{2.49} = 2.47$$

Del nomograma de la fig. 4:

$$k = 6.08, \quad \sqrt{k} = 2.48$$

$$\frac{l}{r} = 50: \quad C = \frac{39.9 \sqrt{50}}{\sqrt{34\,690 - (50)^2}} = \frac{282}{13.4} = 21.0$$

$$\therefore \frac{b}{t} \leq 21.0 \times 2.48 = 52$$

$$\frac{l}{r} = 150: \quad C = 0.303 \times 150 = 45.45$$

$$\therefore \frac{b}{t} \leq 45.45 \times 2.48 = 112$$

Puede verse que los resultados obtenidos por los dos últimos procedimientos son muy semejantes, y mucho más liberales que los que se obtienen al aplicar las especificaciones del AISC, sobre todo cuando la relación de esbeltez de la columna es grande.

Para columnas con relaciones de esbeltez muy bajas, la ec. 10 da valores de  $b/t$  menores que los especificados por el AISC; ésto se debe a que estos

últimos valores están basados en la suposición de que el material se comporta elásticamente hasta alcanzar el esfuerzo  $\sigma_y$ , mientras que en la obtención de (10) se tiene en cuenta el comportamiento inelástico para esfuerzos de compresión mayores que  $\sigma_y/2$ .

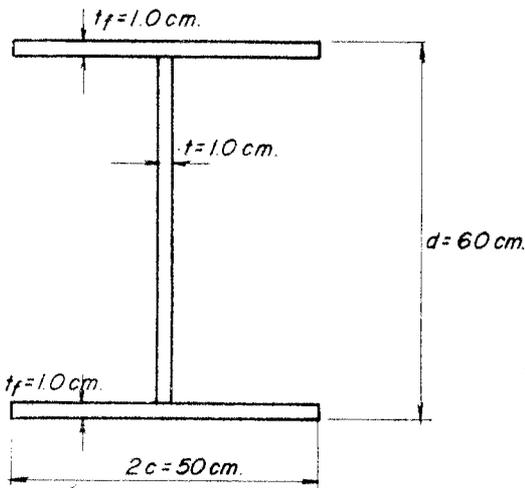


FIGURA 11

2. Revisar, siguiendo las especificaciones del proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F., las proporciones de las placas que forman la columna mostrada en la fig. 11; la relación de esbeltez de conjunto de la columna es de 80 (acero A7).

*Patines*

$$\frac{c}{t_f} = \frac{25}{1.0} = 25; \quad \frac{800}{\sqrt{\sigma_y}} = 16.6 < 25$$

Revisaremos la placa, utilizando las ecs. 10 y 11

$$\frac{t_f}{t} = 1.0; \quad \frac{t_f}{t} \cdot \frac{d}{c} = \frac{60}{25} = 2.4; \quad \frac{d}{c} = 2.4;$$

$$9.4 \left( \frac{t}{t_f} \right)^2 \cdot \left( \frac{c}{d} \right)^2 = \frac{9.4}{(2.4)^2} = 1.63 > 1.00$$

Los patines son los elementos críticos. (ver tabla IV)

Utilizamos el nomograma de la fig. 5:

$$k = 0.49$$

$$C = \frac{39.9 \sqrt{80}}{\sqrt[4]{34690 - 6400}} = \frac{356}{13.0} = 27.4$$

$$\therefore \frac{c}{t_f} \leq 27.4 \sqrt{0.49} = 19.1 < 25$$

Las proporciones de los patines no son aceptables; es necesario aumentar sus gruesos. Si serían aceptables, sin embargo, para valores mayores de  $l/r$ , como puede verse en el ejemplo siguiente.

3. Igual que el 2, pero para una columna con relación de esbeltez de 120.

Volvemos a utilizar las ecs. 10 y 11 para la revisión del patín.

Como las dimensiones de la sección transversal de la columna son las mismas que en el ejemplo anterior, los patines siguen siendo los elementos críticos, y el valor de  $k$  no se modifica.

$$k = 0.49.$$

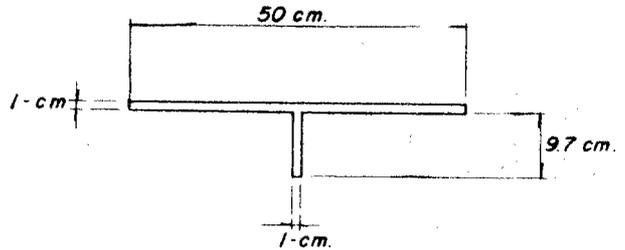


FIGURA 12

De la ec. 11, para acero A7 y  $\frac{l}{r} = 120 < 131.7$ .

$$C = \frac{39.9 \sqrt{120}}{\sqrt[4]{34690 - 14400}} = \frac{437}{11.95} = 36.4$$

De 10:  $\frac{c}{t_f} \leq 36.4 \sqrt{0.49} = 25.4 > 25.0$

Las proporciones de los patines son correctas.

En algunas ocasiones puede convenir determinar la carga máxima que es capaz de soportar una columna, independientemente de su forma de falla, para lo cual calculamos los esfuerzos críticos de pandeo de conjunto y de pandeo local, y el menor de los dos será el que se utilice como base para calcular esa carga.

4. Se tiene una viga de 10 m de claro, libremente apoyada en sus extremos, sometida a cualquier condición de carga, y cuya sección transversal es la indicada en la fig. 11. Se desea saber cual es el esfuerzo máximo admisible en su patín de compresión, utilizando las normas del Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F. El acero de la viga es A7.

El esfuerzo permisible por pandeo lateral de conjunto será el mayor de los dados por las ecs. 12 y 13.

*Ec. 12.*

$$\frac{ld}{A_p} = \frac{ld}{2ct_f} = \frac{1000 \times 60}{50 \times 1} = 1200$$

$$\sigma_{p_i} = \frac{845000}{1200} = 706 \text{ kg/cm}^2$$

*Ec. 13.* El radio de giro que aparece en esta ecuación es el de la parte de la sección transversal

de la viga que se indica en la fig. 12, respecto a su eje de simetría.

$$I_y = \frac{1 \times 50^3}{12} = 10\,400 \text{ cm}^4; \quad A = 59.7 \text{ cm}^2$$

$$r_y = \sqrt{\frac{10\,400}{59.7}} = 13.3 \text{ cm}; \quad \frac{l}{r_y} = \frac{1000}{13.3} = 75.5$$

$$\sigma_{pu} = \left[ 1.0 - \frac{(75.5)^2}{2 \times 131.7^2} \right] 1\,400 = 0.835 \times \\ \times 1\,400 = 1\,170 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo permisible por pandeo lateral es 1 170 kg/cm<sup>2</sup>.

Revisaremos ahora el patin de compresión por pandeo local.

$$\frac{c}{t_f} = \frac{25}{1.0} = 25; \quad \frac{800}{\sqrt{\sigma_y}} = 16.6 < 25$$

Aplicamos la primera de las ec. 19:

$$C = \frac{39.9 \sqrt{75.5}}{\sqrt[4]{34\,690 - 5\,700}} = 26.3$$

Llevamos ahora este resultado a la ec. 10:

$$\frac{c}{t_f} \leq C \sqrt{k} = 26.3 \sqrt{0.49} = 18.4 < 25.0$$

(El valor de  $k$  se obtuvo en el ejemplo 2).

Aplicando las ecs 10 y 19 vemos que puede aceptarse un valor de la relación  $c/t_c$  un poco mayor que el dado por  $800/\sqrt{\sigma_y}$ ; sin embargo, sigue siendo menor que el existente en la viga.

Esto quiere decir que se presentará el pandeo local antes que el de conjunto y que, por consiguiente, el esfuerzo de trabajo deberá calcularse tomándolo como base.

Calcularemos, entonces, el esfuerzo crítico de pandeo local del patin comprimido, utilizando la ec. 4

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{\pi}} = \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left( \frac{t}{b} \right)^2 k = \\ = \frac{3.14^2 \times 2\,039\,000}{12(1-0.3^2)} \left( \frac{1.0}{25} \right)^2 0.49 = \\ = 1\,435 \text{ kg/cm}^2$$

De la tabla II, interpolando linealmente, obtenemos:

$$\sigma_{cr} = 1\,401 \text{ kg/cm}^2$$

Obtenemos finalmente el esfuerzo permisible dividiendo el crítico entre el coeficiente de seguridad:

$$\sigma_p = \frac{1\,401}{1.65} = 853 \text{ kg/cm}^2$$

Podemos emplear el perfil de la fig 11, para trabajar a flexión en un claro de 10 m, pero el esfuerzo permisible será de 853 kg/cm<sup>2</sup>.

Evidentemente, el diseño óptimo será aquel en que los esfuerzos permisibles por pandeo local y de conjunto sean iguales.

## RESISTENCIA POSTERIOR AL PANDEO DE PLACAS RECTANGULARES COMPRI-MIDAS UNIFORMEMENTE

La iniciación del pandeo nos ha servido, hasta ahora, como criterio para estimar la carga máxima que pueden soportar las placas rectangulares comprimidas, lo que está de acuerdo con la práctica general en el diseño de estructuras metálicas, consistente en determinar las proporciones de las placas que las componen de tal manera que se elimine toda posibilidad de pandeo local bajo cargas de trabajo.

Sin embargo, y a diferencia de lo que ocurre en el caso del pandeo de conjunto de columnas, la iniciación del pandeo de una placa apoyada en sus bordes no indica el colapso de ésta, de manera que el esfuerzo crítico calculado mediante la ec 3 no representa el límite de su capacidad de carga. De hecho, una placa apoyada en sus bordes puede, en algunos casos, soportar sin falla cargas varias veces mayores que la carga crítica para la que se inicia el pandeo.

La diferencia entre el comportamiento de las placas y el de las columnas se debe a que éstas pueden deformarse lateralmente sin ninguna restricción, por lo que el colapso se presenta inmediatamente después de la iniciación del pandeo, mientras que las deformaciones laterales de las placas no puede crecer indefinidamente, ya que están restringidas parcialmente por la flexión transversal que se presenta entre los bordes laterales apoyados. Por consiguiente, al sobrepasarse el esfuerzo crítico la placa se deforma, pero sigue siendo capaz de resistir nuevos incrementos de carga. Las deformaciones originan esfuerzos transversales adicionales, que se superponen con los esfuerzos longitudinales primarios de compresión.

Al analizar este estado no se puede seguir despreciando la influencia de las deformaciones sobre la distribución de esfuerzos; al tenerlas en cuenta, se llega a la ecuación diferencial siguiente, obtenida por T. von Kármán en 1910<sup>1</sup>:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \\ = \frac{t}{D} \left( \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right) \quad (20)$$

En esta expresión,  $D = Et^3/12(1-\mu^2)$  y  $F$  es una función de esfuerzo.

Debido a su complejidad, la ec 20 no ha podido ser resuelta, hasta ahora, más que para algunos casos sencillos de poco interés práctico, por lo que este problema tiene que ser investigado, principalmente, por métodos experimentales.

En la fig 13 hemos representado una placa comprimida apoyada en sus bordes longitudinales; supongamos, por un momento, que la sustituimos por una reticula ortogonal de barras.

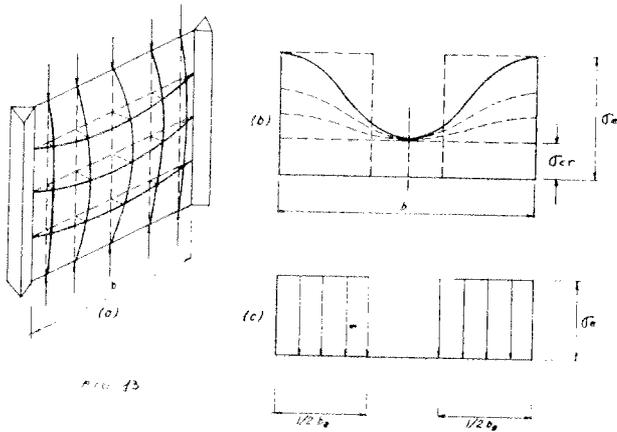


FIGURA 13

Al sobrepasarse la carga de pandeo de las barras comprimidas, la reticula se deformará como se muestra en la fig 13a, pero esas barras no pueden fallar como columnas ordinarias porque su deformación lateral está restringida por las barras horizontales.

En la etapa mostrada en la fig 13a es obvio que la carga total no se distribuye por igual entre todas las barras comprimidas, ya que al alcanzarse la carga de pandeo de la placa, la faja central se deforma lateralmente sin incremento apreciable de carga, mientras que las dos fajas laterales, contiguas a los apoyos, permanecen prácticamente planas y pueden soportar cargas adicionales hasta llegar, en algunos casos, al límite de fluencia del material.

La distribución de esfuerzos a través del ancho de la placa va variando al ir creciendo la carga gradualmente. En un principio, para cargas reducidas, el esfuerzo está distribuido uniformemente, hasta que alcanza el valor  $\sigma_{cr}$ , correspondiente a la iniciación del pandeo. A partir de este momento la faja central es incapaz de tomar cargas adicionales, pero las fajas laterales sí pueden hacerlo; por consiguiente, cualquier incremento de la carga más allá de la iniciación del pandeo da lugar a aumentos de esfuerzos en las fajas laterales, pero no en la central. La distribución de esfuerzos resultante se muestra en la fig 13b.

La capacidad máxima de carga se alcanza cuando el esfuerzo  $\sigma_c$  en las fajas laterales alcanza un valor para el que la placa completa se deforma rápidamente, con poco o ningún aumento de carga. Si la placa forma parte de una columna relativamente corta, el esfuerzo máximo  $\sigma_c$  puede ser el de fluencia, a compresión, del material; si la columna es esbelta será, en cambio, el esfuerzo crítico de pandeo como columna del atiesador de borde, el que puede ser mucho menor que el esfuerzo de fluencia.

En 1932, T. von Kármán sugirió un método semi-empírico para la determinación de la carga última que puede soportar una placa cuyos bordes longitudinales estén apoyados, basado en la determinación de su ancho efectivo en el instante del colapso, es decir, de la suma de los anchos de las dos fajas laterales en ese instante<sup>1, 13</sup>.

De acuerdo con este método, despreciamos el efecto de la porción media de la placa y consideramos a cada una de las dos fajas laterales como una placa larga, libremente apoyada, de ancho  $b_c/2$ , sujeta a un esfuerzo de compresión uniforme, de magnitud igual al esfuerzo real en el borde,  $\sigma_c$ ; a la suma de los anchos de las dos porciones laterales, únicas que trabajan al alcanzar la condición de colapso, se le da el nombre de ancho efectivo,  $b_e$ , y su valor es tal que haga que la suma de las áreas de los dos rectángulos punteados ( $b_e \cdot \sigma_c$ ) sea igual al área bajo la curva llena, correspondiente a la distribución real de esfuerzos (fig 11c).

Von Kármán llegó a la expresión siguiente para el ancho efectivo:

$$b_e = 1.9t \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}} \quad (21)$$

Esta expresión se obtiene despejando  $b$  de la ec 3, después de haber sustituido en ella  $\sigma_{cr}$  por  $\sigma_c$ , y suponiendo que  $\tau$  vale 1, es decir, considerando que el pandeo es un fenómeno elástico hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia, y que  $k$  vale 4, como corresponde a una placa libremente apoyada en sus bordes longitudinales.

Evidentemente,  $b_c/t$  es el valor máximo de la relación ancho/grueso para el que puede alcanzarse el esfuerzo de fluencia sin que la placa se pandee.

Una serie de experiencias, realizadas con el objeto de comprobar la validez de la ec 21, llevaron a la conclusión de que su forma general es correcta, pero que la constante fija 1.9 debe sustituirse por un coeficiente variable  $C$ , que depende del parámetro  $\sqrt{E/\sigma_y} (t/b)$ <sup>11, 13</sup>. Efectivamente, únicamente para valores muy pequeños de ese parámetro (es decir, para placas extremadamente anchas y delgadas) se acerca  $C$  al valor 1.9; en los demás casos, tiene un valor menor. (En diseños de aeroplanos es una práctica común tomar para  $C$  un valor promedio, de 1.7)<sup>15</sup>.

En los últimos años se ha desarrollado ampliamente el uso, en estructuras de acero sometidas a cargas reducidas, de perfiles ligeros formados por lámina muy delgada, doblada en frío. En este tipo de elementos estructurales, y debido al pequeño espesor de sus paredes, se presentan problemas que no existen, o que son de poca importancia, en perfiles laminados ordinarios, ocasionados, sobre todo, por el hecho de que cuando están sometidos a compresión se pandean con valores muy bajos de los esfuerzos.

Debido a que el pandeo se inicia en ellos con esfuerzos de compresión muy bajos, la utilidad de los perfiles de lámina delgada desaparecería casi

por completo si considerásemos esa condición como la de colapso; por consiguiente, para poder emplearlos con ventaja, hay que considerar su resistencia posterior al pandeo.

Con objeto de obtener la información necesaria para fines de diseño, se ha efectuado un gran número de experiencias de laboratorio, con perfiles formados con lámina doblada en frío, las que han confirmado, en general, la validez de la ec 21, aconsejando, al mismo tiempo, que se introduzcan en ella algunas modificaciones para obtener una concordancia mejor con los resultados experimentales.

Estas experiencias han sido la base de las especificaciones del Instituto Americano del Hierro y el Acero (AISI) para el diseño de perfiles formados por lámina delgada doblada en frío<sup>11, 12, 13, 14</sup>.

Los estudios mencionados arriba han indicado la conveniencia de tratar las placas delgadas comprimidas siguiendo dos procedimientos diferentes, según que estén apoyadas en los dos o en uno solo de sus bordes longitudinales.

Hemos visto que la resistencia posterior al pandeo de una placa apoyada en ambos bordes longitudinales proviene de la restricción ocasionada por la flexión en el sentido normal a la carga, la que será mucho menor, evidentemente, cuando la placa esté apoyada en uno solo de sus bordes. Por este motivo, en las especificaciones del AISI<sup>11, 12</sup> se emplea el criterio del ancho efectivo únicamente para placas apoyadas en los dos bordes, y en las que están apoyadas en uno solo se hace el diseño con el ancho total y esfuerzos reducidos, y la pequeña resistencia adicional, posterior al pandeo, se tiene en cuenta modificando en forma adecuada los coeficientes de seguridad con respecto a la carga crítica.

La fórmula recomendada en las refs 11 y 13 para el cálculo del ancho efectivo de placas comprimidas apoyadas en sus dos bordes es:

$$b_e = 1.9 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \left( 1 - 0.475 \frac{t}{b} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \right) \quad (22)$$

Esta expresión, igual a la (21) modificada por el factor incluido en el paréntesis, se ha obtenido de una manera totalmente experimental.

En ella,  $b_e$  es el ancho efectivo de la placa,  $b$  el ancho real,  $t$  el grueso y  $\sigma_{m\acute{a}x}$  el esfuerzo máximo de compresión existente en la placa (en sus bordes), igual al cociente de la fuerza de compresión total que obra sobre ella dividida entre el área efectiva,  $b_e t$  (en la fig 13c,  $\sigma_{m\acute{a}x}$  se ha representado con el símbolo  $\sigma_c$ ).

Si en la ec 22 imponemos la condición de que el ancho efectivo  $b_e$  sea igual al real  $b$ , y despejamos a  $b/t$ , obtenemos el valor máximo de la relación ancho/grueso para el que la placa es cien por ciento eficiente.

Esto sucede cuando

$$\frac{b}{t} \leq 0.95 \sqrt{E/\sigma_{m\acute{a}x}} \quad (23)$$

Haciendo  $\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_y$  se obtiene el valor máximo de  $b/t$  para el que la placa puede comprimirse hasta el límite de fluencia sin que se pandee localmente.

En el cálculo de los anchos efectivos de placas comprimidas deberemos distinguir dos casos, según que vayamos a emplearlos para cálculos de cargas o de deformaciones.

En efecto, como nos lo indica la ec 23, el valor límite de  $b/t$  aumenta al disminuir el esfuerzo  $\sigma_{m\acute{a}x}$  y viceversa, de manera que será función del esfuerzo máximo existente en la placa.

Ahora bien, puesto que los coeficientes de seguridad deben aplicarse a la carga máxima que es capaz de soportar un miembro, en cálculos de capacidades de carga utilizaremos el ancho efectivo correspondiente a la carga de colapso (1.65 veces la de trabajo); en cambio, las deformaciones que nos interesan son las producidas por las cargas reales que obran sobre la estructura, de manera que en su cálculo se emplearán los anchos efectivos correspondientes a las cargas de trabajo.

Por consiguiente, las placas son totalmente efectivas ( $b_e = b$ ) hasta

$$(b/t)_{lim} = 0.95 \sqrt{E/\sigma_{m\acute{a}x}} = 1367/\sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}}$$

Cuando  $b/t$  es mayor que  $(b/t)_{lim}$ , la ec 22 nos da el valor del ancho efectivo  $b_e$ :

$$\begin{aligned} \frac{b_e}{t} &= 1.9 \sqrt{\frac{E}{\sigma_{m\acute{a}x}}} \left( 1 - \frac{0.475 \sqrt{E}}{b/t \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}}} \right) = \\ &= \frac{2735}{\sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}}} \left( 1 - \frac{683}{b/t \sqrt{\sigma_{m\acute{a}x}}} \right) \end{aligned}$$

Si queremos utilizar las ecuaciones anteriores para determinar cargas admisibles, deberemos hacer en ellas  $\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_y = 1.65 f$  (siendo  $f$  el esfuerzo de trabajo), con lo que obtenemos:

$$(b/t)_{lim} = 1367/\sqrt{1.65f} = 1065/\sqrt{f} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \frac{b_e}{t} &= \frac{2735}{\sqrt{1.65f}} \left( 1 - \frac{683}{b/t \sqrt{1.65f}} \right) = \\ &= \frac{2130}{\sqrt{f}} \left( 1 - \frac{532}{b/t \sqrt{f}} \right) \end{aligned} \quad (25)$$

Para cálculo de deformaciones,  $\sigma_{m\acute{a}x} = \sigma_y/1.65 = f$ , de manera que:

$$(b/t)_{lim} = 1367/\sqrt{f} \quad (26)$$

$$\frac{b_e}{t} = \frac{2735}{\sqrt{f}} \left( 1 - \frac{683}{b/t \sqrt{f}} \right) \quad (27)$$

Evidentemente, en cualquiera de las ecuaciones anteriores se tomará el esfuerzo crítico de pandeo del miembro,  $\sigma_{cr}$ , en lugar de  $\sigma_y$ , si es menor que éste, es decir,  $f$  será igual al cociente del menor de los dos esfuerzos,  $\sigma_y$  o  $\sigma_{cr}$ , dividido entre el coeficiente de seguridad, de manera que el ancho

efectivo de las placas aumentará en los casos de piezas de esbeltez considerable, en las que el esfuerzo crítico de pandeo de conjunto será bajo.

En muchas ocasiones es necesario determinar el ancho efectivo  $b_e$  por aproximaciones sucesivas, ya que es función del esfuerzo máximo de compresión existente en la placa y éste, a su vez, es también función de  $b_e$ .

Las ecs 24 a 27 son las recomendadas por el AISI para el cálculo de los anchos efectivos de placas apoyadas en sus dos bordes<sup>11</sup>.

En la ref 11 aparecen varias tablas y gráficas, válidas para distintos aceros, que simplifican la aplicación de esas ecuaciones.

El AISI y el Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F. también tienen en cuenta la posibilidad de utilizar la resistencia posterior al pandeo de las placas que forman los elementos estructurales, al permitir que la relación ancho/grueso de placas apoyadas a lo largo de dos de sus bordes sobrepase la correspondiente a la iniciación del pandeo ( $2130/\sqrt{\sigma_y}$ ), siempre que una porción de la placa, cuyo ancho no exceda  $2130/\sqrt{\sigma_y}$  veces el grueso de la misma, sea capaz de soportar la carga exterior, cumpliendo con todos los requisitos referentes a los esfuerzos a que esté sometida. Una especificación enteramente semejante existe también para el caso de placas comprimidas apoyadas en un solo borde<sup>5,8</sup>.

Las especificaciones mencionadas en el párrafo anterior constituyen una simplificación poco precisa del problema. En efecto, hemos visto que cuando el esfuerzo de pandeo de conjunto de un miembro es reducido, pueden utilizarse placas con relaciones  $b/t$  mucho mayores que las que permite el AISI sin que haya problemas de pandeo local; en cambio, para piezas robustas, en las que el esfuerzo de pandeo de conjunto sea elevado, pueden obtenerse resultados del lado de la inseguridad, porque las especificaciones del AISI están basadas en la suposición de que el acero se comporta elásticamente hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia.

De acuerdo con lo que hemos visto, el diseño de los elementos planos comprimidos de una pieza de acero estructural puede hacerse siguiendo cualquiera de los dos caminos siguientes, básicamente diferentes entre sí:

a) Escogiendo las dimensiones de las placas de manera que no se pandeen localmente antes de que el miembro del que forman parte falle como un todo.

Si se elige este camino, pueden emplearse las especificaciones del AISI, que garantizan que las placas pueden comprimirse hasta alcanzar el esfuerzo de fluencia sin pandearse (con el error, que ya hemos mencionado, debido a la suposición incorrecta de que las fórmulas para el cálculo del esfuerzo crítico de pandeo elástico son válidas hasta que  $\sigma_{cr} = \sigma_y$ ), o bien puedan utilizarse las ecs 10 y 11, si el miembro trabaja a compresión axial, o (10) y (19), si trabaja a flexión (cuando la pieza considerada esté flexocomprimi-

da se hará un estudio que permita determinar si las relaciones  $b/t$  son tales que las placas sean capaces de soportar esfuerzos de compresión iguales a los de pandeo de conjunto sin pandearse localmente en forma prematura).

Evidentemente, si se cumplen las normas del AISI no será necesario utilizar las ecs 10, 11 y 19.

b) Utilizando la resistencia posterior al pandeo de las placas. (Si se emplean perfiles estructurales ordinarios las placas que los constituyen no llegan normalmente a pandearse, por lo que este criterio es aplicable fundamentalmente a secciones de lámina delgada doblada en frío).

En este caso tenemos también dos alternativas, consistentes en el empleo de las especificaciones del AISI o las del AISI.

Los resultados proporcionados por ambas no coinciden entre sí, debido a que se ha llegado a ellos por caminos muy diferentes. Así, por ejemplo, para un acero de 2 320 kg/cm<sup>2</sup> de límite de fluencia (como el A7), el AISI indica que las placas apoyadas en los dos bordes longitudinales pueden tener relaciones  $b/t$  de hasta 44, sin que el esfuerzo crítico de pandeo sea menor que  $\sigma_y$ ; en cambio, el AISI fija, para ese mismo acero, un valor límite de  $b/t$  igual a 28.4; más allá de él, el pandeo local se producirá antes de llegar al límite de fluencia.

Apliquemos la ec 4 para calcular los valores de los esfuerzos críticos de pandeo correspondientes a las dos relaciones  $b/t$  mencionadas arriba, teniendo en cuenta el comportamiento inelástico del acero.

$$\begin{aligned} \text{Para } \frac{b}{t} = 44 : \frac{\sigma_{cr}}{\sqrt{\tau}} &= \frac{\pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 k = \\ &= \frac{7\,320\,000}{(b/t)^2} = 3\,800 \text{ kg/cm}^2 \\ &\quad (\text{Para } k = 4.00) \end{aligned}$$

De la tabla II, y para  $\sigma_{cr}/\sqrt{\tau} = 3\,800 \text{ kg/cm}^2$ , se obtiene  $\sigma_{cr} = 2\,120 \text{ kg/cm}^2$ .

El esfuerzo crítico real es menor que el de fluencia en un 8%, aproximadamente.

Para  $b/t = 28.4$  se obtiene  $\sigma_{cr}/\sqrt{\tau} = 9\,100 \text{ kg/cm}^2$  y  $\sigma_{cr} = 2\,280 \text{ kg/cm}^2$ ; el error, en este caso, es de sólo 1.5%, aproximadamente.

Para el acero A36 se obtienen los resultados siguientes:

$$\begin{aligned} \text{AISC } b/t = 42, \\ \sigma_{cr} = 2\,305 \text{ kg/cm}^2 = 0.92 \sigma_y \\ \quad (\text{Error, } 8\%). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{AISI } b/t = 27.1, \\ \sigma_{cr} = 2\,490 \text{ kg/cm}^2 = 0.985 \sigma_y \\ \quad (\text{Error, } 1.5\%). \end{aligned}$$

Para aceros con otros límites de fluencia se llega a resultados enteramente semejantes.

Es interesante resaltar la notable concordancia existente entre los valores proporcionados por el AISI, obtenidos experimentalmente, y los correspondientes a la fórmula teórica 4; de hecho, esta concordancia constituye la comprobación teórica de los resultados que han llevado a la obtención de los valores límites de  $b/t$  especificados por el AISI y, al mismo tiempo, confirman la validez de la fórmula teórica aproximada 4.

Evidentemente, las especificaciones del AISI proporcionan un método para calcular la resistencia posterior al pandeo que es más correcto que el recomendado por el AISC.

La discusión anterior se ha referido únicamente a placas apoyadas en los dos bordes, pero puede hacerse extensiva a elementos planos apoyados en uno solo; también en este caso es de recomendarse el empleo de los resultados proporcionados por el AISI<sup>11</sup>.

## EJEMPLO

Calcúlese la capacidad de carga axial de la columna cuya sección transversal está indicada en la fig 14, suponiendo que su relación de esbeltez de conjunto es de 150. Acero A36.

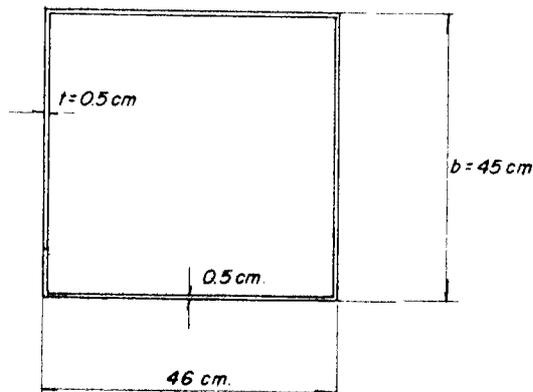


FIGURA 14

Capacidad de carga de la columna, por pandeo de conjunto.

$$\text{Para } l/r = 150, \quad \sigma_p = 466 \text{ kg/cm}^2$$

$A = 91 \text{ cm}^2$ ,  $P_t = A\sigma_p = 42\,500 \text{ kg}$  (con un coeficiente de seguridad de 1.92, correspondiente a columnas que fallan en el rango elástico).

Revisión de la columna por pandeo local.

### 1. Especificaciones AISI

$$b/t = 90 \gg 42$$

Sin embargo, la sección será adecuada si satisface los requisitos de esfuerzos, considerando

como zona útil de cada placa una faja de ancho igual a  $42t = 42 \times 0.5 = 21 \text{ cm}$ .

$$\text{Área efectiva} = 4 \times 21 \times 0.5 = 42 \text{ cm}^2.$$

$$\begin{aligned} \text{Esfuerzo de compresión en el área efectiva} &= \\ &= \frac{42\,500}{42} = 1\,010 \text{ kg/cm}^2 = \sigma_y/2.3 \end{aligned}$$

Este esfuerzo es admisible, luego la sección es aceptable.

### 2. Ecuaciones 10 y 11

$$b/t = 0.303 l/r \sqrt{k} = 0.303 \times 150 \times 2 = 91 \approx 90$$

Las proporciones de la sección son correctas (de hecho, y a diferencia de lo que podría pensarse al aplicar las normas AISC, las placas no se pandean localmente en forma prematura, sino los dos tipos de pandeo, local y de conjunto, se presentan simultáneamente; es, pues, evidente, que aunque las especificaciones del AISC nos indican, correctamente, que la columna es capaz de soportar la carga de 42 500 kg, no nos permiten saber si se presentan o no fenómenos de pandeo local.)

## PANDEO DE PLACAS COMPRIMIDAS EN EL RANGO DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACION

El análisis plástico de una estructura de acero consiste en la determinación de la carga máxima que esa estructura es capaz de soportar, es decir, la carga que da lugar a la formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que la estructura en su totalidad, o una parte de ella, se convierta en un mecanismo.

Por consiguiente, para que una estructura real tenga la capacidad de carga predicha por el análisis es necesario que en todas las secciones en que aparezcan articulaciones plásticas puedan presentarse las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo de colapso, sin que disminuya su resistencia.

Uno de los factores que puede ocasionar una disminución de la resistencia a la flexión o a la compresión de un perfil laminado es el pandeo local de alguno de los elementos planos que lo componen, de manera que para que el análisis plástico sea aplicable es necesario que ese pandeo local se evite, no solamente hasta que el esfuerzo de compresión alcance el valor del límite de fluencia del material,  $\sigma_y$ , sino hasta que se hayan presentado las deformaciones adicionales necesarias para la formación de todas las articulaciones plásticas requeridas.

Las viguetas  $I$  y  $H$  laminadas están dimensionadas de tal manera que no se pandean localmente bajo los esfuerzos admisibles en un diseño elástico, pero es evidente que los métodos plásticos de diseño imponen condiciones más severas respecto al pandeo local, luego exigen restricciones

más rígidas en la relación  $b/t$  del ancho al grueso de las diversas placas rectangulares que componen los perfiles.

En la literatura existente sobre el problema del pandeo de columnas y placas comprimidas más allá del límite de elasticidad del material se acepta generalmente que los elementos hechos de acero estructural se pandean invariablemente al alcanzar el esfuerzo el valor correspondiente al límite de fluencia,  $\sigma_y$ ; en efecto, el factor  $E_t/E$  aparece en las ecuaciones del esfuerzo crítico de pandeo, tanto en el caso de columnas como en el de placas, y el módulo tangente  $E_t$  se reduce a cero al llegar el esfuerzo al valor  $\sigma_y$ , luego el pandeo parece inevitable.

Aparentemente, por consiguiente, sería imposible comprimir elementos de acero estructural más allá del límite de fluencia sin que se pandearan, lo que invalidaría una de las suposiciones básicas del análisis plástico y lo haría inaplicable al diseño estructural.

Sin embargo, aunque las teorías clásicas describen correctamente el fenómeno del pandeo en el rango elástico y en el inelástico entre el límite de proporcionalidad y el punto en que se alcanza la deformación unitaria  $\epsilon_y$  correspondiente a la iniciación del flujo plástico, son inaplicables a casos más allá de este punto, y se ha demostrado experimentalmente que piezas pequeñas y robustas pueden ser sometidas a deformaciones mayores que  $\epsilon_y$  sin que se pandeen<sup>18, 19</sup>.

La fig 15 representa la curva esfuerzo-deformación idealizada para una probeta de acero estructural A36, en tensión o compresión<sup>19</sup>.

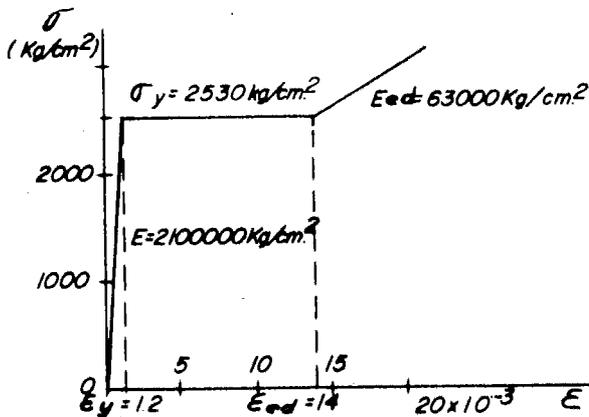


FIGURA 15

En el rango elástico, el material es homogéneo e isótropo. Al llegar el esfuerzo al valor  $\sigma_y$ , se inicia el flujo plástico, generalmente en forma brusca, sin que aparezca un límite de proporcionalidad, distinto del de fluencia y la probeta se deforma considerablemente sin incremento de esfuerzo, de tal manera que el módulo tangente  $E_t$  parece reducirse a cero. Sin embargo,  $\epsilon$  es una deformación unitaria media, obtenida midiendo el alargamiento

o acortamiento total de una cierta longitud de la probeta y, en realidad, dentro de esa longitud no existe ningún material cuya deformación unitaria esté comprendida entre las correspondientes a la iniciación del flujo plástico,  $\epsilon_y$ , y al comienzo del endurecimiento por deformación,  $\epsilon_{ed}$ , ya que el flujo plástico se presenta en forma discontinua, en pequeñas fajas inclinadas, orientadas según los planos de esfuerzo cortante máximo, en las que la deformación local pasa instantáneamente de  $\epsilon_y$  a  $\epsilon_{ed}$ . La formación de estas fajas se inicia en un punto débil y se extiende posteriormente a todo el espécimen<sup>22</sup>.

Durante el flujo plástico, parte del material está aún en estado elástico, mientras que en otras zonas se ha alcanzado ya el punto en que se inicia el endurecimiento por deformación,  $\epsilon_{ed}$ , de tal manera que el material que compone la probeta es heterogéneo. Cuando todo el material está en el rango de endurecimiento por deformación, los esfuerzos vuelven a crecer, de nuevo; el material es otra vez homogéneo, pero ha dejado de ser isótropo, dependiendo ahora sus propiedades de la dirección en que se determinen.

En el caso de columnas de relación de esbeltez suficientemente pequeña y de placas comprimidas con valores  $b/t$  (ancho/grueso) inferiores a ciertos límites, se presenta el endurecimiento por deformación de todo el material de que están compuestos antes de que fallen por pandeo, de manera que éste se produce para esfuerzos mayores que  $\sigma_y$ <sup>17, 18</sup>.

En la fig 16 se muestran los resultados de algunos ensayos de compresión, realizados con especímenes de sección transversal rectangular de  $1/2'' \times 3/4''$ . Los esfuerzos de pandeo correspondientes a piezas con relaciones de esbeltez menores de 20 exceden el valor del límite de fluencia<sup>18</sup>.

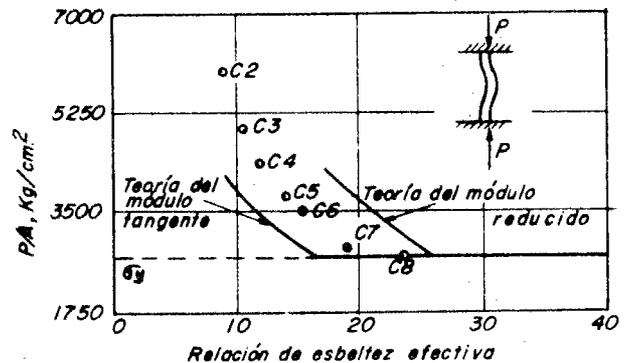


FIGURA 16

De acuerdo con lo que acabamos de ver, bajo ciertas condiciones los elementos comprimidos pueden soportar, sin pandearse, esfuerzos superiores al de fluencia. El conocimiento de las proporciones geométricas para las que ese fenómeno es posible es de gran importancia en el diseño estructural, especialmente si está basado en métodos plásticos.

En el caso de elementos planos, la determinación de las proporciones geométricas para las que puedan presentarse grandes deformaciones plásticas sin pandeo es de interés fundamental, ya que los perfiles que tengan esas proporciones podrán experimentar las rotaciones propias de las articulaciones plásticas en condiciones adecuadas para el comportamiento correcto de la estructura.

## ANÁLISIS TEORICO

Al presentarse el endurecimiento por deformación, y debido a los fenómenos ocasionados por el flujo plástico del acero, éste, aunque sigue siendo un material homogéneo, deja de ser isótropo, y sus propiedades se vuelven función de la dirección en que se consideren; por este motivo, en lo que sigue estudiaremos el pandeo de placas constituidas por un material elástico pero con tres direcciones ortogonales de anisotropía, es decir, ortótropo<sup>23</sup>.

Nos interesa la solución del problema del pandeo de placas en la iniciación del endurecimiento por deformación, ya que si logramos impedir el pandeo hasta ese momento los perfiles formados por las placas serán capaces de admitir las deformaciones correspondientes, suficientes para la formación y rotación de las articulaciones plásticas<sup>20</sup>.

Las hipótesis fundamentales para la resolución del problema anterior son:

1. El material sigue el diagrama esfuerzo-deformación idealizado representado en la fig 15.
2. La plastificación del metal se produce en forma discontinua, por bandas de deslizamiento, de manera que el material está en el rango elástico o en el de endurecimiento por deformación.
3. En el rango elástico el material es homogéneo e isótropo, mientras que en el de endurecimiento por deformación es homogéneo y ortótropo.
4. Las deformaciones siguen la ley de la conservación de las secciones planas, de manera que varían linealmente a través del espesor de la placa.
5. Se admite la teoría de Shanley, de acuerdo con la cual el pandeo se presenta bajo carga creciente, sin que haya en ningún punto inversión del sentido de las deformaciones plásticas.

Consideremos una placa formada por un material que cumpla las hipótesis anteriores, sometida a compresión uniforme en la dirección del eje de la  $x$  (fig 17).

Supongamos que la relación  $b/t$  del ancho al grueso de la placa es suficientemente pequeña, tal que sea posible comprimirla hasta la iniciación del endurecimiento por deformación; en ese

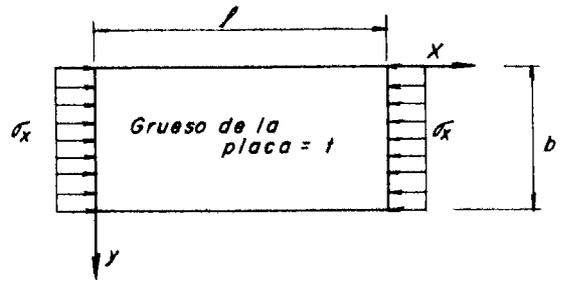


FIGURA 17

caso,  $\sigma_{cr} = \sigma_y$  y  $\epsilon = \epsilon_{ed}$ , y la ecuación diferencial que gobierna el pandeo es<sup>17</sup>

$$D_x \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} = \frac{12\sigma_{cr}}{t^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (28)$$

Los coeficientes que aparecen en esta ecuación tienen los valores siguientes:

$$D_x = \frac{E_x}{1 - \nu_x \nu_y}; \quad D_y = \frac{E_y}{1 - \nu_x \nu_y}$$

$$2H = D_{xy} + D_{yx} + 4G_t$$

$$D_{xy} = \nu_y D_x; \quad D_{yx} = \nu_x D_y$$

$E_x$  y  $E_y$  son los módulos de elasticidad del material en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente.  $G_t$  es el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante y  $\nu_x$  y  $\nu_y$  los coeficientes de contracción lateral, correspondientes todos ellos al punto de iniciación del endurecimiento por deformación de la placa comprimida;  $t$  es el grueso de la placa y  $\omega(x, y)$  el desplazamiento de un punto de su plano medio, medido normalmente a éste.

TABLA V

PLACA	CONDICIONES DE BORDE	EXPRESIONES PARA EL ESFUERZO CRITICO
Patín Fig 18	$x=0$ Libramiento apoyados $x=l$ Libramiento apoyados	$\sigma_{cr} = \left(\frac{1}{b^2} P^2 \left( \frac{x^2}{12} D_x + \frac{b^2}{12} P^2 + G_t \right) \right)$ para placas largas $\sigma_{cr} = \left(\frac{1}{b^2} P^2 G_t\right)$
	$y=0$ Libramiento apoyado $y=b$ Libre	
Alma Fig 19	$x=0$ Libramiento apoyados $x=l$ Libramiento apoyados	$\sigma_{cr} = \left(\frac{1}{b^2} P^2 \left( 0.769 \sqrt{D_x D_y} - 0.270 (D_{xy} + D_{yx}) + 1172 G_t \right) \right)$
	$y=0$ Empotrada $y=b$ Libre	
Alma Fig 19	$x=0$ Libramiento apoyados $x=l$ Libramiento apoyados	$\sigma_{cr} = \frac{P^2}{12} \left(\frac{1}{b^2} P^2 \left( 2\sqrt{D_x D_y} + D_{xy} + D_{yx} + 4 G_t \right) \right)$
	$y=0$ Libramiento apoyados $y=b$ Empotrados	
Alma Fig 19	$x=0$ Libramiento apoyados $x=l$ Libramiento apoyados	$\sigma_{cr} = \left(\frac{P^2}{12} \left(\frac{1}{b^2} P^2 \left( 4.554 \sqrt{D_x D_y} + 1.237 (D_{xy} + D_{yx}) + 4943 G_t \right) \right) \right)$
	$y=0$ Libramiento apoyados $y=b$ Empotrados	

Los resultados que se obtienen al aplicar la ec. 28 a placas con diversas condiciones de apoyo a lo largo de sus bordes aparecen resumidos en la tabla V<sup>17, 18, 20</sup>. Véanse, junto con ella, las figs 18 y 19.

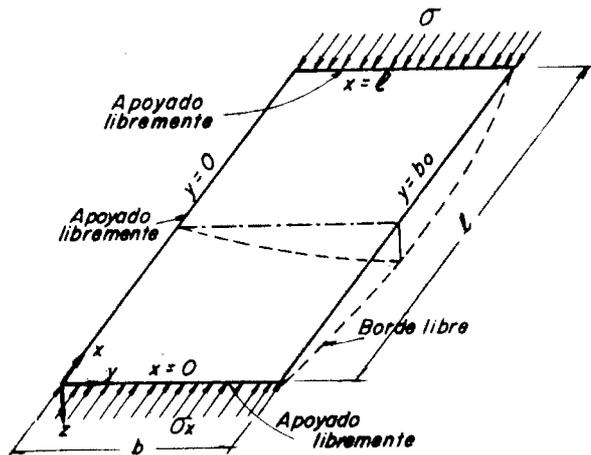


FIGURA 18

Sustituyendo en las ecuaciones de esa tabla a  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ ,  $D_{yx}$  y  $G_t$  por sus valores, se obtienen soluciones numéricas del problema del pandeo local para las condiciones de apoyo consideradas.

Utilizando una combinación de métodos analíticos y experimentales se han obtenido los valores siguientes para los cinco módulos que aparecen en las ecs. 29 a 32, agrupadas en la tabla V, para el caso de acero estructural A7<sup>17</sup>.

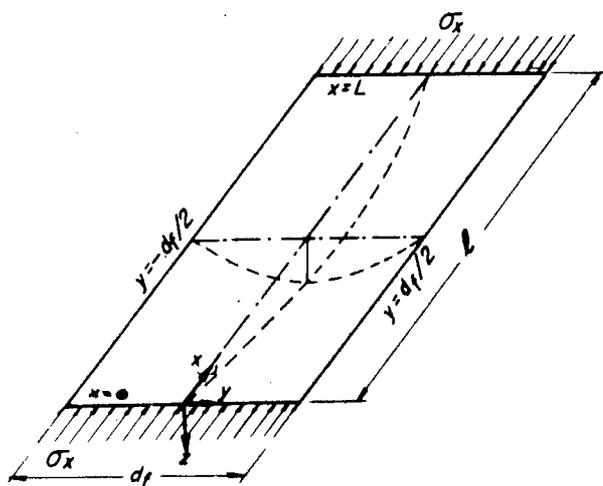


FIGURA 19

$$D_x = 211\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$D_y = 2\,306\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$D_{xy} = D_{yx} = 570\,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$G_t = 169\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Debe recordarse que las expresiones anteriores para el esfuerzo crítico de pandeo de placas ortótropas son aplicables únicamente si todo el material se ha deformado hasta llegar a la zona de endurecimiento por deformación ( $\epsilon > \epsilon_{ed}$ , en todos los puntos), y que los valores de los módulos que acabamos de escribir son válidos solamente para placas de acero estructural A7 que han sido deformadas hasta la iniciación de ese fenómeno ( $\epsilon = \epsilon_{ed}$ ). Por consiguiente, los resultados finales serán aplicables tan solo para placas de acero A7 en la iniciación del endurecimiento por deformación (Pueden, sin embargo, extenderse fácilmente al acero A36, ya que sus propiedades son muy parecidas a las del A7).

Llevando los valores de  $D_x$ ,  $D_y$ ,  $D_{xy}$ ,  $D_{yx}$  y  $G_t$  a las ecs. 29 a 32 de la tabla V y haciendo en ellas  $\sigma_{cr} = \sigma_y$ , obtenemos los valores de la relación ancho/grueso para los que el pandeo se presenta en la iniciación del endurecimiento por deformación:

Patines largos libremente apoyados (ec 29)	$b/t_p = 8.15$
Patines fijos angularmente en uno de sus bordes (ec 30)	$b/t_p = 14.3$
Almas libremente apoyadas (ec 31)	$b/t_a = 32.3$
Almas fijas angularmente (ec 32)	$b/t_a = 42.0$

$t_p$  y  $t_a$  son los gruesos del patin y del alma, respectivamente.

## INVESTIGACION EXPERIMENTAL

Con objeto de comprobar experimentalmente los resultados anteriores se llevó a cabo una serie de ensayos en secciones H, en los que se realizaron pruebas de dos tipos, de compresión axial y de flexión pura<sup>17, 18</sup>.

Los resultados de estas pruebas están resumidos en la fig 20, en la que se utilizó una represen-

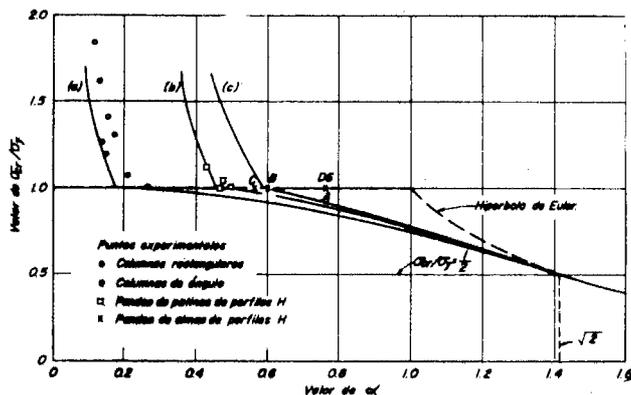


FIGURA 20

tación no dimensional, tomando como ordenada la relación del esfuerzo crítico de pandeo al de fluencia ( $\sigma_{cr}/\sigma_y$ ), y como abscisa el cociente

de la relación de esbeltez real a la relación de esbeltez ideal correspondiente al esfuerzo de fluencia, o sea

$$\alpha = \frac{b}{t} \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{\sigma_y \cdot 12(1 - \nu^2)}{kE}} \quad (33)$$

De acuerdo con las curvas teóricas, los valores de  $\alpha$  para los que puede alcanzarse el rango de endurecimiento por deformación son 0.46 para patines y 0.58 para almas; estos valores quedan confirmados por los resultados de los ensayos (corresponden a los valores obtenidos antes para la relación  $b/t$ , como puede comprobarse empleando la ec 33).

En la fig 20 están incluidos también los resultados de algunos ensayos de columnas de sección transversal rectangular y en ángulo.

La fig 21 es otra representación gráfica de los resultados de los mismos ensayos, expresados en función de otras variables.

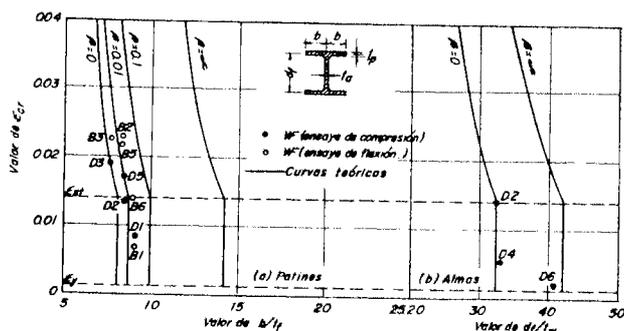


FIGURA 21

En la fig. 21a se muestran resultados de pruebas en las que el pandeo del patín fue predominante, mientras que en la (21b) se representan los casos en que se presentó primero el pandeo del alma. En ambos casos se trazaron las deformaciones unitarias críticas como función de  $b/t$  y se compararon con soluciones teóricas<sup>17</sup> obtenidas para diferentes valores del coeficiente  $\beta$ , que representa las restricciones impuestas sobre los giros del alma o del patín por el resto del perfil.

Las curvas teóricas dan una buena descripción del comportamiento real de patines y almas.

## RECOMENDACIONES PARA EL DISEÑO

**Patines.** Los patines de perfiles  $H$  para los que  $\alpha \leq 0.46$  pueden deformarse hasta llegar al endurecimiento por deformación sin que el pandeo local modifique su capacidad de carga; por consiguiente, la relación de la mitad del ancho del patín al espesor del mismo,  $b/t_p$ , debe cumplir las condiciones siguientes:

Para  $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$  (Acero A7),  $b/t_p \leq 8.7$

Para  $\sigma_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$  (Acero A36),  $b/t_p \leq 8.3$

Estos resultados quedan confirmados por la fig 21a.

**Almas comprimidas uniformemente.** Para secciones en las que  $\alpha = 0.77$  (punto A de la fig 20) se puede alcanzar el esfuerzo de fluencia, y para  $\alpha = 0.57$  (puntos B y C) la sección puede comprimirse uniformemente hasta la iniciación del endurecimiento por deformación. En el caso de secciones sometidas únicamente a carga axial basta generalmente con que se alcance el esfuerzo de fluencia, de manera que puede recomendarse, para esas condiciones de carga, que la relación  $d/t_a$  de la distancia entre centros de los patines al grueso del alma cumpla con los requisitos siguientes

Para  $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$  (Acero A7),  $b/t_a \leq 44$

Para  $\sigma_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$  (Acero A36),  $b/t_a \leq 42$

**Pandeo de placas sometidas a flexo-compresión.** Los resultados anteriores pueden extenderse al caso de placas sometidas a una combinación de momento flexionante y compresión axial, condición en que se encuentran las almas de vigas flexo-comprimidas<sup>18, 20</sup>.

Este caso queda representado gráficamente en la fig 22 en la que se han trazado curvas para los valores críticos de la relación  $d/t_a$  para  $\sigma_y = 2320 \text{ kg/cm}^2$ , y para diversas relaciones  $\epsilon_m/\epsilon_y$ , siendo  $\epsilon_m$  la deformación máxima del patín comprimido.

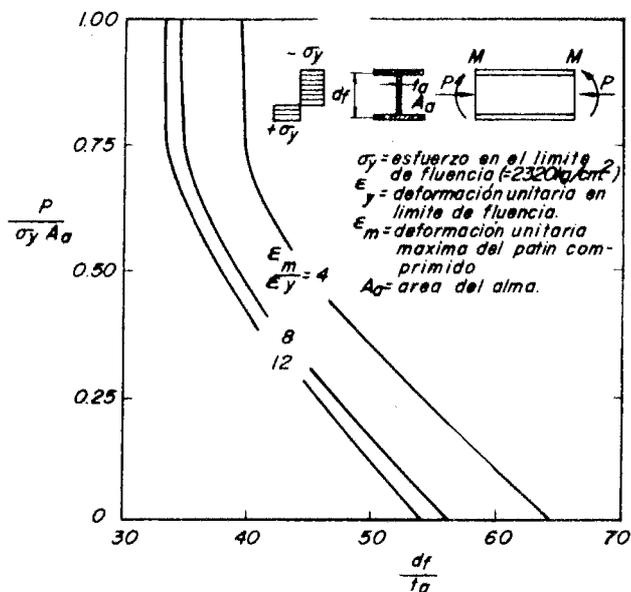


FIGURA 22

De estas gráficas pueden obtenerse reglas de diseño para los distintos perfiles, teniendo en cuenta las dimensiones de sus secciones transversales y fijando el valor máximo necesario de la relación  $\epsilon_m/\epsilon_y$ .

Tomando  $\epsilon_m/\epsilon_y = 4$ ,  $A/A_a = 2$  y  $d/d_f = 1.05$ , obtenemos los resultados mostrados con línea llena en la fig 23.

Los valores anteriores de las relaciones  $A/A_a$  y  $d/d_f$  son típicos de los perfiles  $H$ , y pueden

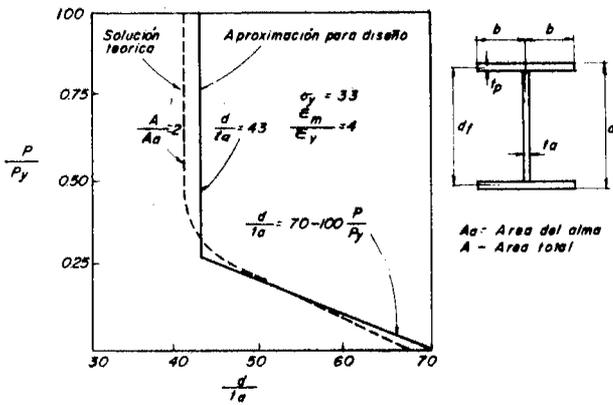


FIGURA 23

aceptarse, con suficiente precisión, para perfiles I;  $\epsilon_m/\epsilon_y = 4$  garantiza una capacidad de rotación suficiente.

Podemos escribir, pues, las siguientes recomendaciones para diseño:

Si  $P/P_y \leq 0.27$ ,  $d/t_a = 70 - 100 P/P_y$   
(Flexión dominante)

Si  $P/P_y \geq 0.27$ ,  $d/t_a = 43$ .  
(Compresión pura o carga axial elevada)

En estas expresiones,  $P$  es la fuerza axial que obra sobre la pieza y  $P_y = A\sigma_y$ .

### ESPECIFICACIONES

Los resultados que acabamos de presentar han servido como base para las normas referentes a las relaciones ancho/grueso de elementos comprimidos incluidas en el capítulo de diseño plástico, tanto en las especificaciones de 1961 del AISC como en el Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal<sup>5, 8</sup>.

Reproducimos a continuación el Artículo 14, Sección (e), de este último:

#### Gruesos mínimos

Los elementos comprimidos en los que se forman articulaciones plásticas bajo la carga última tendrán relaciones de ancho a grueso no mayores que las siguientes:

Patines de perfiles laminados y de traveses armadas (En patines de espesor variable se tomará el grueso medio) 17

Atiesadores y porciones salientes de placas en traveses armadas y secciones en cajón, incluidas entre el borde libre y la primera soldadura o línea longitudinal de remaches. 8.5

Placas de patín en secciones en cajón y cubreplacas de traveses armadas, incluidas entre dos líneas longitudinales de remaches o soldadura 32

Almas de vigas y traveses armadas sujetas a flexión plástica sin carga axial 70

Almas de vigas, traveses armadas y columnas diseñadas para soportar carga axial y flexión plástica en el instante del colapso, con un valor mínimo de 43, 70-100  $P/P_y$

Al aplicar el primer párrafo debe tomarse el ancho total del patín.

Las placas correspondientes al tercer párrafo (patines de secciones en cajón y cubreplacas de traveses armadas) se encuentran en el caso cubierto por la ec 31 de la tabla V, al que corresponde un valor máximo teórico de la relación  $b/t$  de 32.3.

No se hace ninguna distinción entre aceros A7 y A36, sino se han tomado valores promedio entre los correspondientes a ambos, ya que son muy parecidos entre sí.

La mayor parte de los perfiles laminados existentes, I o H, cumplen los requisitos anteriores, pero es necesario comprobar con mucho cuidado si se cumplen o no cuando se utilicen perfiles compuestos por placas soldadas en estructuras diseñadas plásticamente.

Pueden, sin embargo, utilizarse perfiles más esbeltos si se atiesan localmente en las regiones de formación de articulaciones plásticas. En la fig 24 se muestran algunos procedimientos que pueden emplearse para lograr ese objetivo<sup>21</sup>.

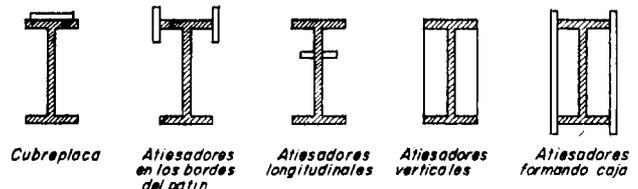


FIGURA 24

### RECONOCIMIENTO

El autor agradece a los señores Félix Colinas y Daniel Ruiz los interesantes comentarios que hicieron durante la elaboración de este trabajo y al Sr. Luis Esteva el cuidado con que leyó el manuscrito y las observaciones que surgieron de esa lectura.

### REFERENCIAS

1. Timoshenko, S. P., y Gere, J. M., "Theory of Elastic Stability", *Engineering Societies Monograph*, McGraw-Hill Book Co., 1961.

2. Bleich, F. "Buckling Strength of Metal Structures", *Engineering Societies Monograph*, McGraw-Hill Book Co., 1952.
3. Priest, H. M., y Gilligan, J. A., "*Design Manual for High-Strength Steels*", United States Steel Corporation, Pittsburgh, Pa.
4. "*Guide to Design Criteria for Metal Compression Members*", Column Research Council, Engineering Foundation, 1960.
5. "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", *AISC, 1961*. (revisadas en abril, 1963).
6. "Commentary on the Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", *AISC, 1961* (revisado en abril, 1963).
7. "German Buckling Specifications", DIN 4114, Vol I, 1952. (traducción al inglés por T. V. Galambos y J. Jones CRC, julio 1957).
8. Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal", Capítulo de Estructuras Metálicas, 1962.
9. de Buen, O., "Diseño de Columnas de Acero cargadas axialmente", *Ingeniería*, Vol. XXXIII, No. 2, México, abril 1963.
10. de Buen, O., "Pandeo Lateral de Vigas de Acero", *Ingeniería*, Vol. XXXIII, No. 4, México, octubre 1963.
11. "Light Gage Cold-Formed Steel Design Manual", American Iron and Steel Institute (AISI), edición de 1962.
12. Winter, G., "Commentary on the 1962 Edition of the Light Gage-Cold-Formed Steel Design Manual", AISI, New York, 1962.
13. Winter, G., "Strength of Thin Steel Compression Flanges", *Trans. ASCE*, 112, p. 527 (1947). (Puede obtenerse también como "Bulletin No. 35, Part 3, octubre 1947", Engineering Experiment Station, Cornell University, Ithaca, New York.)
14. Winter, G., "Performance of Thin Steel Compression Flanges", International Association for Bridge and Structural Engineering, Third Congress, Preliminary Publication, Lieja, 1948 (o "Reprint No. 33, noviembre 1950", Engineering Experiment Station, Cornell University, Ithaca, New York).
15. Niles, A. S., y Newell, J. S., "Airplane Structures", Vol. I, John Wiley and Sons, New York, 1954.
16. "Structural Steel Design", Civil Engineering Department Staff, Lehigh University, Fritz Engineering Laboratory Report 354.3, Bethlehem, Pa, 1962.
17. Haaijer, G., "Plate Buckling in the Strain-Hardening Range", *Trans. ASCE*, Vol. 124, 1959, pág. 117 a 148.
18. Haaijer, G., y Thurlimann, B., "Inelastic Buckling in Steel", *Trans. ASCE*, Vol. 125, Part 1, 1960, pág. 308 a 338.
19. Thurlimann, B., "New Aspects Concerning Inelastic Instability of Steel Structures", J. Structural Division, *Proc. ASCE*, Vol. 86, ST1, Jan 1960.
20. "Commentary on Plastic Design in Steel", *ASCE Manual No. 41*, 1961 (o también *J. Eng. Mech. Div.*, *Proc. ASCE*, Vol. 85, EM4, octubre 1959).
21. Beedle, L. S. "Plastic Design of Steel Frames", John Wiley and Sons, New York, 1958.
22. Nadai, A., "Theory of Flow and Fracture of Solids", Vol. I, McGraw-Hill Book Co., New York, 1950.
23. Sokolnikoff, I. S., "Mathematical Theory of Elasticity", McGraw-Hill Book Co., New York, 1946.