

REDISTRIBUCIÓN DE  
MOMENTOS FLEXIONANTES  
Y REACCIONES EN  
ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS  
DE CONCRETO REFORZADO

NEFTALÍ RODRÍGUEZ CUEVAS

ENERO 1973 311

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

# Redistribución de momentos flexionantes y reacciones en estructuras hiperestáticas de concreto reforzado

Neftalí Rodríguez Cuevas\*

## RESUMEN

En ocasiones, las estructuras de concreto reforzado sometidas a la acción de cargas permanentes importantes, en comparación con las cargas de diseño, como pueden ser estructuras hiperestáticas para puentes o estructuras laminares altamente hiperestáticas, experimentan daños o bien colapso a los pocos días de haber sido descimbradas, a pesar de soportar cargas cuya magnitud y efectos fueron adecuadamente considerados al diseñar la estructura, siguiendo los métodos tradicionales

En este trabajo se presenta la evidencia teórica y experimental de un proceso viscoelástico, que conduce a la redistribución de los elementos mecánicos en los miembros de concreto reforzado que forman parte de una estructura hiperestática, en función del tiempo transcurrido desde el instante en que se aplica la carga

A partir de las ecuaciones generales de medios continuos viscoelásticos, se desarrollan expresiones que permiten establecer la variación de los elementos mecánicos en un marco tridimensional sencillo, sometido a la acción de cargas permanentes

A fin de corroborar los resultados obtenidos matemáticamente, se construyeron modelos de microconcreto reforzado, los cuales fueron sometidos a la acción de cargas permanentes durante un lapso de tres meses. Se realizaron mediciones para detectar la variación de desplazamientos y de la reacción en un apoyo, comprobándose la existencia de la redistribución de los momentos flexionantes de los marcos

Se describen los cambios factibles de presentarse, las condiciones bajo las cuales se hacen más evidentes, así como recomendaciones para atenuar y evitar la posibilidad de daños en la estructura

## ABSTRACT

Often times, reinforced concrete structures under important permanent loads, as in hyperstatic bridges or shells, suffer damage or collapse, few days after the falsework is removed, although the effect of the loads were properly considered in the design of the structure, following the usual methods of analysis and design

In this paper, the author presents evidence, both theoretical and experimental, of a viscoelastic process that produces redistribution of mechanical elements in the members of reinforced concrete forming an hyperstatic structure, as a function of the time elapsed after the load is applied to the structure

From general equations for viscoelastic continuous media, expressions are developed to describe the time variation of mechanical elements, in a rather simple tridimensional frame, when the action of permanent loads is considered

In order to corroborate the results obtained from the mathematical model, physical models of reinforced microconcrete were built, and loaded with permanent loads, during a three-month period. Measurements were carried out, to detect modifications in displacements and support reactions, showing the existence of redistribution of bending moments in the frame

Description of the behaviour observed, as well as the conditions that would increase the viscoelastic effects, are presented. Recommendations are given to attenuate the redistribution, in order to reduce the possibility of damage in structural members under permanent loads

\* *Profesor investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM*

## 1. INTRODUCCION

Durante el proceso de descimbrado de estructuras hiperestáticas de concreto, se aplica la totalidad de la carga muerta de la estructura en forma relativamente súbita, introduciéndose estados de esfuerzos y deformaciones que, aunados a los esfuerzos residuales existentes en los miembros de la estructura, pueden provocar el colapso, al presentarse pequeñas perturbaciones en su equilibrio.

Existe evidencia de esta afirmación en las figs 1 y 2, que corresponden a estructuras de concreto que soportaron principalmente su peso propio, en los días que siguieron al proceso de descimbrado.

En la fig 1 se muestran los restos de un viaducto de concreto postensionado, que falló unos cuantos días después de haber sido aplicada la totalidad de la carga muerta en los claros que formaban los marcos de soporte del viaducto. Se buscaron razones para explicar la falla; las siguientes hipótesis fueron propuestas por varios investigadores:

a) Hundimiento diferencial de una pila debido a una falla geológica en la zona de cimentación.

b) Degradación en las fronteras del concreto y el acero de refuerzo del puente.

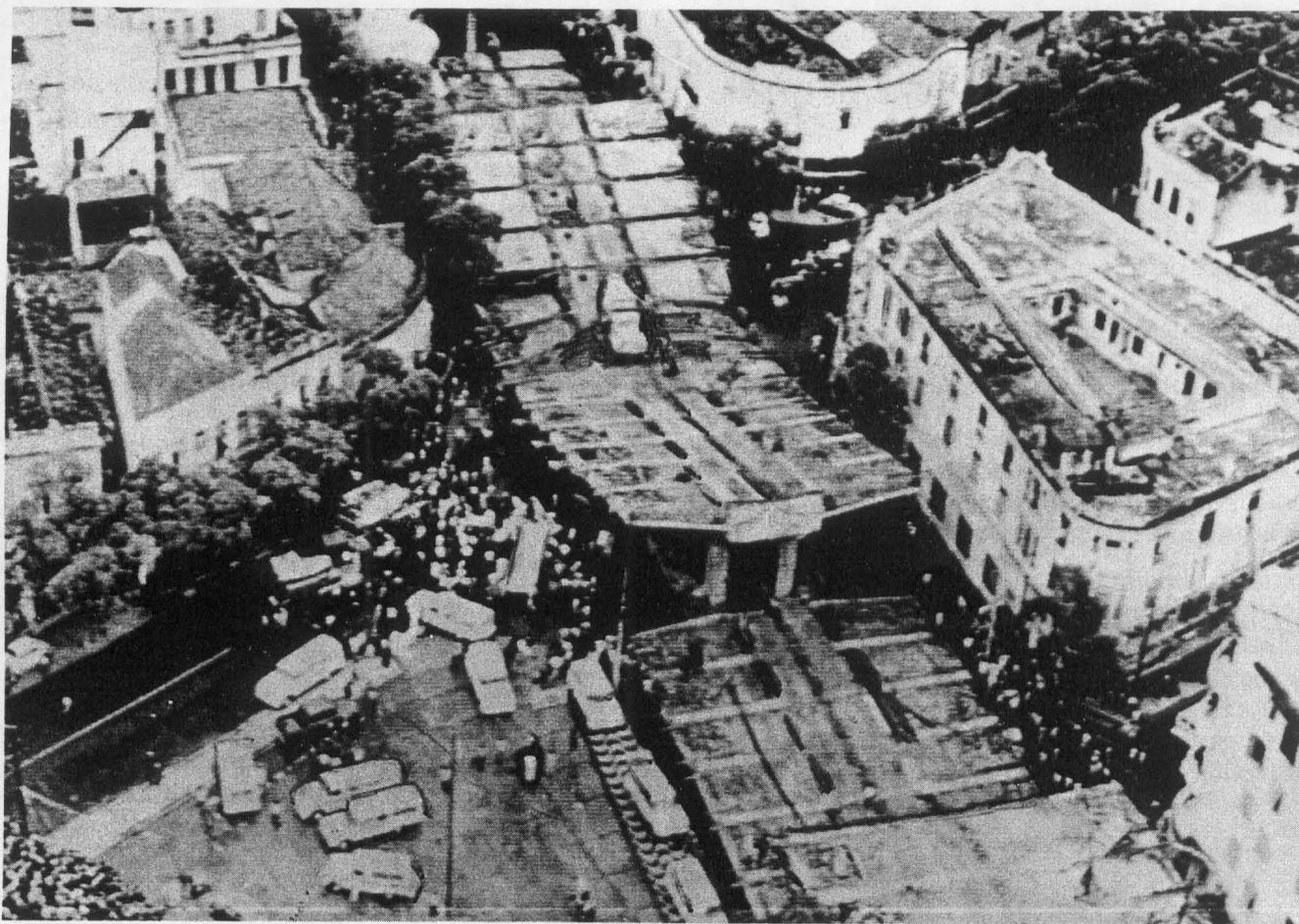
c) Efectos provocados por redistribución de esfuerzos en los elementos estructurales del viaducto.

La falla se presentó súbitamente y ocasionó pérdidas de vidas humanas, daños materiales de importancia, e impidió el uso del viaducto para los fines para los que fue construido.

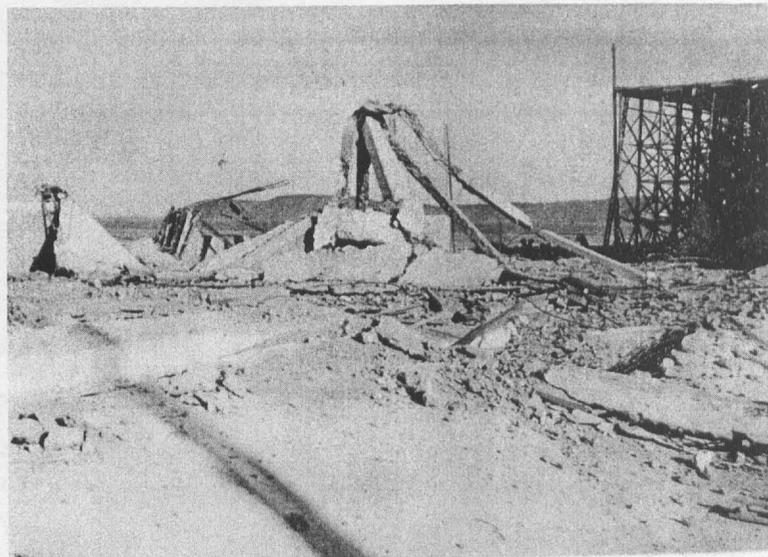
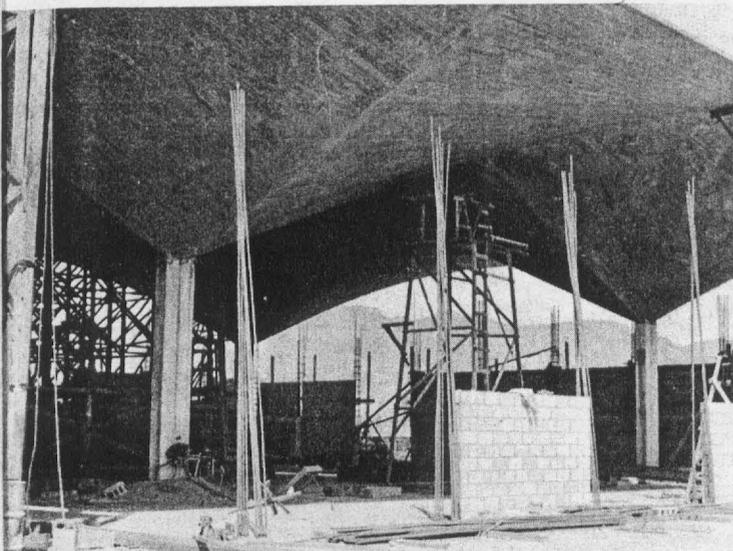
Investigaciones posteriores descartaron la posibilidad de la existencia de una falla geológica en el sitio de la construcción.

Las dos hipótesis restantes implican efectos que dependen principalmente del comportamiento del concreto en el transcurso del tiempo.

En la fig 2 se muestra la construcción de una bodega cubierta mediante cascarones de concreto reforzado, diseñados siguiendo los conceptos usuales del análisis de este tipo de estructuras y construidos de acuerdo con las especificaciones establecidas en el proyecto. La revisión de las características de los materiales empleados indicó propiedades similares a las especificadas.



*Fig 1. Viaducto de concreto postensionado después de presentarse el colapso*



*Fig. 2. Cascarones de concreto reforzado, antes y después del colapso*

Sin embargo, algunos días después de descimbrar los cascarones, la esquina superior de uno de ellos presentó desplazamientos crecientes con el tiempo; posteriormente ocurrió el colapso de todos los cascarones de la bodega, en un día en que no se presentaron vientos de importancia ni se registraron efectos sísmicos.

Ambos colapsos, en obras suficientemente controladas, plantean la interrogante de llegar a conocer las causas que los provocaron, con objeto de desarrollar medidas que tiendan a evitar fallas similares, en estructuras en que la acción del peso propio sea la carga más significativa.

Debe hacerse notar que, en los ejemplos antes mencionados, el colapso se presentó después de algunos días de efectuar el descimbrado, por lo que cabe sospechar que existe una redistribución de elementos mecánicos importantes durante los primeros días en que una estructura soporta carga permanente.

Se estudió el problema para tratar de establecer bases racionales que expliquen los daños, buscando causas no consideradas en el análisis y diseño de estructuras de concreto, las cuales dependen principalmente de las características de comportamiento mecánico del concreto reforzado.

Se partió de la evidencia existente, que indicaba que las deformaciones diferidas, al provocar desplazamientos importantes, producen una redistribución de los elementos mecánicos en las secciones transversales de estructuras hiperestáticas de concreto; esto provoca que algunas secciones transversales de la estructura queden sometidas a la acción de fuerzas y momentos flexionantes superiores a su resistencia.

El estudio se enfocó hacia la búsqueda de modificaciones importantes en la distribución de los momentos flexionantes en los miembros de una estructura hiperestática, provocados por los efectos diferidos, después que sobre ella se aplican cargas que permanecen constantes al transcurrir el tiempo.

Este enfoque condujo a la necesidad de emplear la teoría viscoelástica, para explicar, de manera racional, las modificaciones en el estado de esfuerzos y deformaciones en miembros de estructuras hiperestáticas de concreto.

## 2. APLICACION DE LA TEORIA VISCOELASTICA

Evidencia experimental obtenida en diversas investigaciones indica claramente que el comportamiento mecánico del concreto reforzado muestra características inelásticas dependientes del tiempo, que pueden ser suficientemente aproximadas mediante un modelo reológico propuesto por el autor (ref 1).

Esto implica que al someter piezas de concreto reforzado, que forman parte de estructuras, a cargas exteriores, los elementos mecánicos que actúan en diversas secciones transversales tienden a modificarse en función del tiempo. Aun si el sistema de cargas exteriores resulta ser constante en el transcurso del tiempo, al presentarse deformaciones diferidas en estructuras hiperestáticas, en las cuales las fuerzas y momentos dependen de la continuidad de deformaciones en los nudos, resulta obvio que los elementos mecánicos cambiarán al transcurrir el tiempo.

Con objeto de evaluar la importancia del tiempo en el comportamiento de estructuras hiperestáticas, en este

trabajo se desarrolla la solución viscoelástica para un marco espacial formado por cuatro traveses y una columna (fig 3), con apoyos que presentan desplazamientos despreciables, considerados como apoyos rígidos. Para el análisis se considera que se aplican cuatro cargas iguales, en los puntos medios de las traveses, las cuales permanecen constantes en magnitud y dirección al transcurrir el tiempo.

Se considera que el comportamiento mecánico del concreto reforzado puede ser representado mediante las ecuaciones

$$T_v = q_v E_v$$

$$p_2 T_o + p_1 \dot{T}_o + T_o = q_2 E_o + q_1 \dot{E}_o \quad (2.1)$$

donde

$p_1, p_2, q_1, q_2$  parámetros viscoelásticos

$T_v, T_o, E_v, E_o$  componentes volumétricos y distorsionales de los tensores de esfuerzo y de deformación unitaria, respectivamente

Los parámetros viscoelásticos pueden relacionarse con las constantes viscoelásticas del modelo (ref 2), mediante las siguientes expresiones

$$p_2 = \frac{\eta_M \eta_K}{G_M G_K} \quad p_1 = \frac{\eta_M}{G_K} + \frac{\eta_M}{G_A} + \frac{\eta_K}{G_A}$$

$$q_2 = \frac{\eta_M \eta_K}{G_K} \quad q_1 = \eta_M \quad (2.2)$$

donde  $G_K, G_M, \eta_K, \eta_M$ , son las constantes viscoelásticas. Más adelante se emplea  $G_R$ , definido por  $1/G_R = 1/G_M + 1/2J_o$  y  $\tau_K = \eta_K/G_K$

Al aplicar un tensor de esfuerzos constantes en un espécimen sometido a la acción de estado uniaxial de esfuerzos, en niveles inferiores al límite de continuidad del concreto, se obtendrían deformaciones unitarias axiales descritas por

$$\epsilon_x = \sigma_x \left[ \frac{1}{G_R} + \frac{t}{\eta_M} + \frac{1}{G_K} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_K}} \right) \right] \quad (2.3)$$

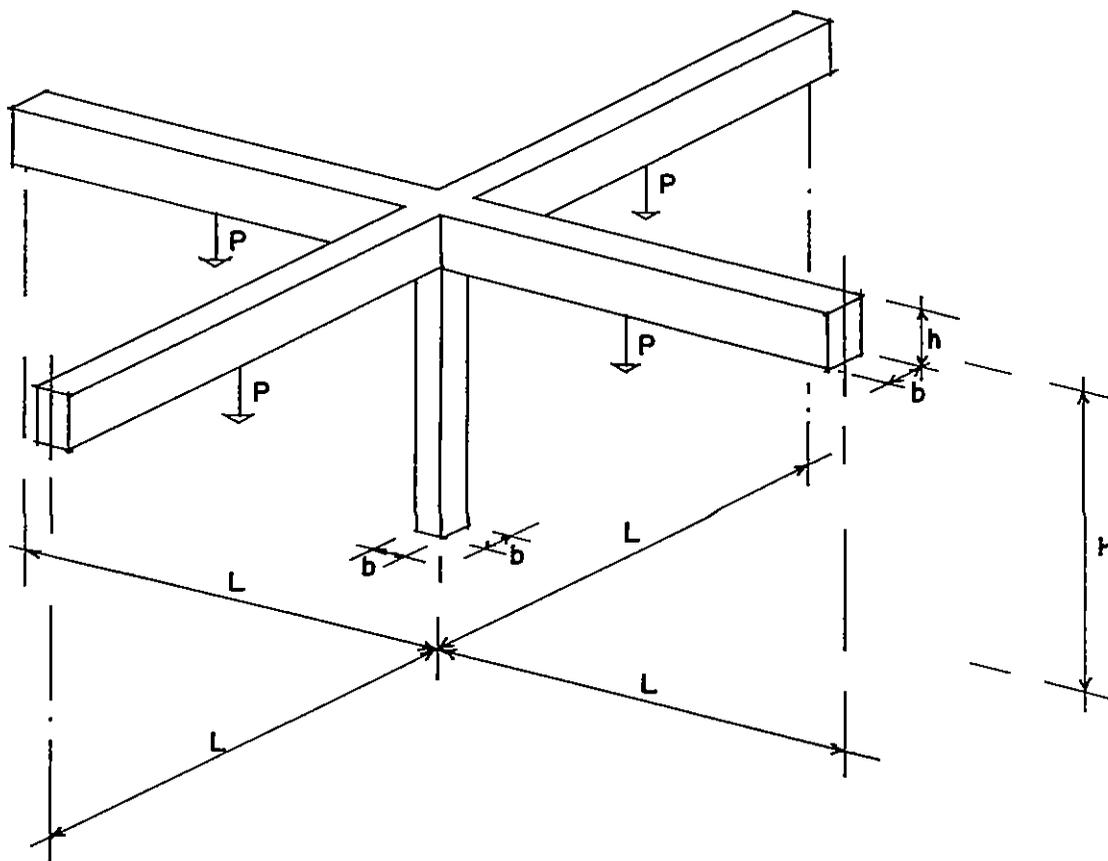


Fig 3. Marco tridimensional empleado en el análisis viscoelástico

Esta expresion permite definir al modulo de influencia viscoelástica  $J(t)$  como

$$\epsilon_x = \sigma_x J(t), \quad J(t) = \frac{1}{G_R} + \frac{t}{\eta_M} + \frac{1}{G_K} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_K}}\right) \quad (2.4)$$

que establece la relacion, en función del tiempo, entre los componentes de esfuerzo normal y las deformaciones unitarias que generan en el material

### 3. SOLUCION MATEMATICA DE UN MARCO CONTINUO

Para analizar la estructura se considero, debido a la simetría, uno de los planos transversales del marco como marco plano (fig 4), formado por una viga continua que descansa en los apoyos rigidos A y C, y en el apoyo deformable B, proporcionado por la columna del marco

Esta estructura es hiperestatica, para resolverla se seleccionó como estructura primaria una viga libremente apoyada (fig 4a) Para que represente a la estructura hiperestática, debe ser modificada por la adición de los efectos producidos por el momento  $X$  que provoca el nudo sobre la barra AB y, además, por

el desplazamiento vertical  $\omega_B$  en el extremo B, generado por el acortamiento de la columna BD. Estos efectos provocan las elasticas que se muestran en las figs 4b y c

Aceptando que  $I_v$  es el momento de inercia de la viga, y que  $I_c$  y  $A_c$  representan, respectivamente, al momento de inercia y al area transversal de la columna, se puede escribir, para materiales elasticos

$$\psi_1 = -\frac{PL^2}{16EI_v}, \quad \psi_2 = \frac{XL}{3EI_v}, \quad \psi_3 = \frac{\omega_B}{L} \quad (3.1)$$

Debido a las características viscoelásticas del concreto

$$\psi_1 = -\frac{PL^2}{16I_v} J(t) \quad (3.2)$$

Considerando que la estructura se encuentra descargada para  $t < 0$ , y que a partir de  $t = 0$  se aplican las cuatro cargas  $P$  en el marco, las cuales permanecen constantes al transcurrir el tiempo, puede decirse que el momento  $X$ , provocado por el nudo sobre la viga, generará una rotación que se puede valorar mediante

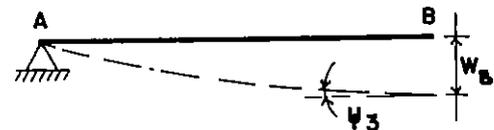
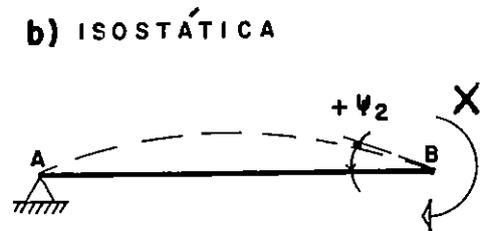
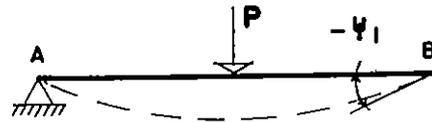
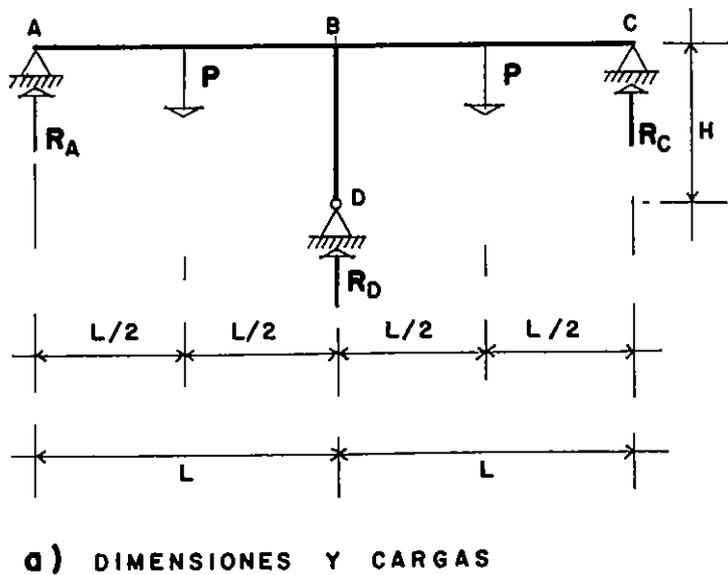


Fig 4 Idealizaciones usadas en el analisis

$$\psi_2 = \frac{L}{3I_v} \left[ X(t)J(o^+) + \int_{o^+}^t X(t') \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')} dt' \right] \quad (3.3)$$

Por otra parte, la reacción en el apoyo B, que por razones de equilibrio vale

$$R_B = 2P + \frac{4X(t)}{L} \quad (3.4)$$

provoca un acortamiento en la columna, definido por

$$\omega_B = \frac{H R_B}{A} J(t) \quad (3.5)$$

Por tanto, la rotación en el apoyo B, producida por el desplazamiento  $\omega_B$ , es

$$\psi_3 = \frac{H}{AL} J(t) \left[ 2P + \frac{4X(t)}{L} \right] \quad (3.6)$$

En consecuencia, al superponer las tres rotaciones en el apoyo, y considerando que por razones de simetría y continuidad el extremo B de la barra BC debe girar el mismo ángulo, pero en sentido contrario, se concluye que la rotación del nudo debe ser nula, por lo que puede escribirse

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = 0 \\ -\frac{PL^2}{16I_v} J(t) + \frac{L}{3I_v} X(t)J(o^+) + \frac{L}{3I_v} \int_{o^+}^t X(t') \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')} dt' + \\ &+ \frac{2H}{AL} J(t) \left[ P + \frac{2X(t)}{L} \right] = 0 \end{aligned}$$

Multiplicando por  $3I_v/L$  y reorganizando términos, se puede escribir la siguiente ecuación de condición, que permite valorar el momento que provoca el nudo sobre la barra AB

$$\begin{aligned} \left[ J(o^+) + \frac{12HI_v}{AL^3} J(t) \right] X(t) + \int_{o^+}^t X(t') \frac{dJ(t-t')}{d(t-t')} dt' = \\ = \left[ \frac{3PL}{16} - \frac{6I_v HP}{AL^3} \right] J(t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para resolverla se recurre a la transformación de Laplace de la ecuación anterior, para eliminar los términos dependientes del tiempo, obteniéndose la

siguiente ecuación diferencial, que permite llegar a conocer la transformada de Laplace del momento  $X$ , en el apoyo B

$$\begin{aligned} \frac{d\overline{X}(s)}{ds} - \left[ \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) \left( \frac{\eta_M}{G_R} + \frac{\eta_M}{G_K} \right) + \frac{1}{\alpha s} - \frac{\eta_M}{\alpha G_K} \frac{s}{s+1/\tau_K} \right] \overline{X}(s) + \\ + \frac{\eta_M}{G_K} \overline{X\left(s + \frac{1}{\tau_K}\right)} = -\frac{\eta_M}{\alpha} \overline{BJ(s)} \end{aligned}$$

siendo

$$\alpha = \frac{6HI_v}{AL^3}; \quad \beta = P \left[ \frac{3L}{16} - \frac{6I_v H}{L^2} \right] \quad (3.9)$$

Se encontró solución cerrada a esta ecuación diferencial en términos de una integral que implica funciones de Bessel modificadas, pero, para facilitar su uso, se estableció la siguiente consideración simplificadora, aceptable por las características del comportamiento del concreto reforzado. Se sabe que la viscosidad maxwelliana,  $\eta_M$ , adquiere valores relativamente grandes respecto a las otras constantes que aparecen en la ecuación diferencial 3.8, por lo que puede simplificarse la ecuación. Efectuando todas las operaciones, y llevando a cabo la antitransformación de la solución simplificada, se obtiene

$$\begin{aligned} X(t) = \frac{3PL}{16} \frac{1-8\alpha/3}{1+\alpha} \left\{ (1+\alpha) - \frac{\alpha}{1 - \frac{G_R \tau_K}{\eta_M} \frac{1}{\alpha+1} \left[ \frac{\eta_M}{\eta_K} + 1 \right]} \right\} \times \\ \times \left[ 2e^{-\frac{t}{\tau_K}} - \left( 1 + \frac{G_R \tau_K}{\eta_M \alpha} \frac{1}{\alpha+1} \left[ 2\alpha + 1 - \frac{\eta_M}{\eta_K} \right] \right) e^{-\frac{t}{\tau_R}} \right] \end{aligned} \quad (3.10)$$

donde  $1/\tau_R$  y  $1/\tau_K$  son las raíces de la siguiente ecuación de segundo grado

$$\begin{aligned} s^2 + \frac{G_R}{\eta_M} \left[ \frac{G_K \eta_M}{G_R \eta_K} + \frac{1}{\alpha+1} \left( \frac{\eta_M}{\eta_K} + 1 \right) \right] s + \\ + \frac{G_R}{\eta_M} \frac{1}{\tau_K} \frac{1}{\alpha+1} = 0 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Resolviendo la ecuación, se obtiene

$$\tau_R = \frac{\eta_M (\alpha + 1)}{G_R (\eta_M / \eta_K + 1)} \quad \tau_K = \frac{\eta_K}{G_K}$$

Estas expresiones pueden aplicarse a estructuras de concreto, aunque será necesario comprobar, de manera experimental, que los resultados que se obtienen al aplicar la teoría son similares a los que se presentan en la naturaleza. Para comprobar la teoría, se realizaron pruebas en modelos a escala en estructuras de microconcreto reforzado, con el fin de establecer la aplicabilidad de la ec 3.10, y estudiar la modificación de los momentos flexionantes en el apoyo B de la estructura.

#### 4. REDISTRIBUCION TEORICA DE MOMENTOS FLEXIONANTES

Para conocer la importancia de los términos que aparecen en la ec 3.10, se usaron los siguientes valores conocidos de las constantes viscoelásticas de elementos de concreto reforzado (ref 3)

$$\begin{aligned} G_R &= 0.5125 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ G_K &= 0.8694 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \\ \eta_M &= 2.3568 \times 10^{13} \text{ kg-seg/cm}^2 \\ \eta_K &= 1.9004 \times 10^{12} \text{ kg-seg/cm}^2 \end{aligned}$$

Para aplicar la ec 3.10, se consideró el claro de las vigas del marco,  $L = 5$  m, la altura de la columna  $H = 3$  m, la sección transversal de la trabe AC formada por un rectángulo de  $0.50 \times 0.25$  m, y la sección transversal de la columna cuadrada, de  $0.25$  m por lado

La ec 3.10 se estudió cuando  $t$  es igual a cero y cuando  $t$  tiende a infinito, obteniéndose los siguientes resultados

$$X(0) = \frac{3}{16} PL \frac{1 - 8\alpha/3}{1 + \alpha} \left[ \frac{1 - 2 G_R / G_K}{1 - \tau_K / \tau_R} \right] \quad (4.1)$$

Cuando el tiempo crece indefinidamente, permaneciendo constantes tanto las características del material como las de humedad y temperatura, se obtiene

$$X(\infty) = \frac{3}{16} PL \frac{1 - 8\alpha/3}{1 + \alpha} \quad (4.2)$$

Para el marco seleccionado como ejemplo

$$X(0) = + 0.0887 PL$$

$$X(\infty) = - 0.978 \left( \frac{3}{16} PL \right)$$

Dentro de estos límites, la variación de los momentos flexionantes sobre el apoyo central del marco tridimensional queda descrita por

$$X(t) = \frac{2.934}{16} PL \left[ 1 - 0.0327 e^{-\frac{t}{\tau_K}} - 1.4508 e^{-\frac{t}{\tau_R}} \right] \quad (4.3)$$

En la fig 5 se muestra la evolución de los momentos flexionantes sobre el apoyo B, a partir del instante en que el marco empieza a soportar carga constante. Usando los valores correspondientes a 0, 10, 40 y 125 días, se trazaron los diagramas de momentos flexionantes (fig 6), así como los valores que adquieren las reacciones verticales en ambos extremos de la viga AB

Estos resultados indican una modificación sustancial en la distribución de los momentos flexionantes, durante el primer mes transcurrido bajo carga. Al iniciarse la deformación de la estructura, el momento flexionante en el apoyo resulta ser de signo contrario al que se obtiene de un análisis elástico, o mediante el criterio de articulaciones plásticas, y su magnitud es igual al 47 por ciento del momento obtenido del análisis elástico. Al transcurrir el tiempo, cambia de signo, y tiende al valor obtenido del análisis elástico cuando el tiempo crece indefinidamente. La inversión del signo, que depende del valor relativo entre las constantes  $G_R$  y  $G_K$ , se presenta cuando  $G_K$  es inferior a  $2 G_R$ .

De lo anterior se concluye que durante el primer mes en que una estructura de concreto permanece cargada, se presenta una redistribución severa en los momentos flexionantes que actúan en las barras de la estructura, cambiando también las reacciones que la mantienen en equilibrio. Esta redistribución podría provocar daños en la estructura, si sus efectos no son considerados en el diseño del refuerzo.

La importancia de los desarrollos teóricos anteriores hicieron necesaria una verificación experimental, cuidando de que las condiciones de carga y comportamiento viscoelástico resultasen similares a las del modelo teórico.

#### 5. MODELOS A ESCALA PARA COMPROBACION EXPERIMENTAL

Se llevó a cabo un estudio experimental en modelos a escala del marco, los cuales se sometieron a carga constante durante un lapso de 95 días, para observar su comportamiento y la modificación de la reacción en el apoyo central.

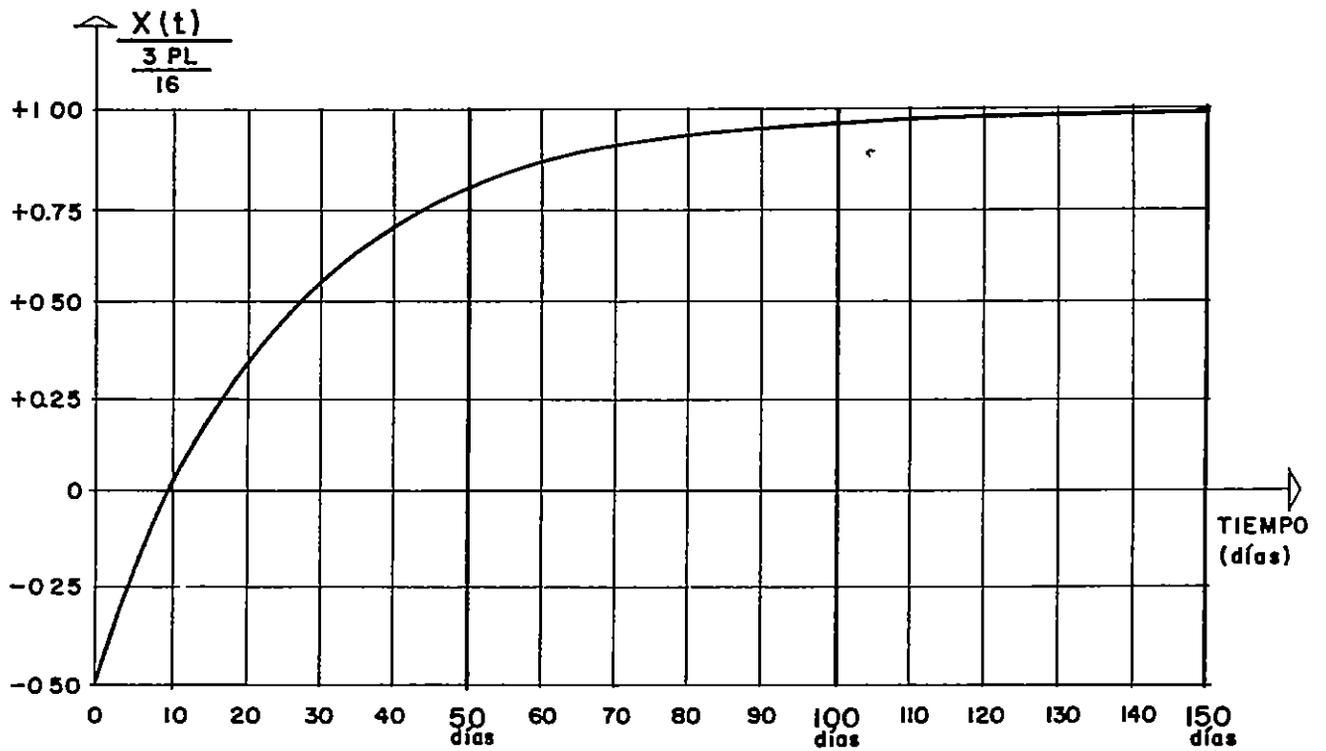


Fig 5 Evolucion del momento sobre el apoyo central obtenida teóricamente para un marco de concreto reforzado

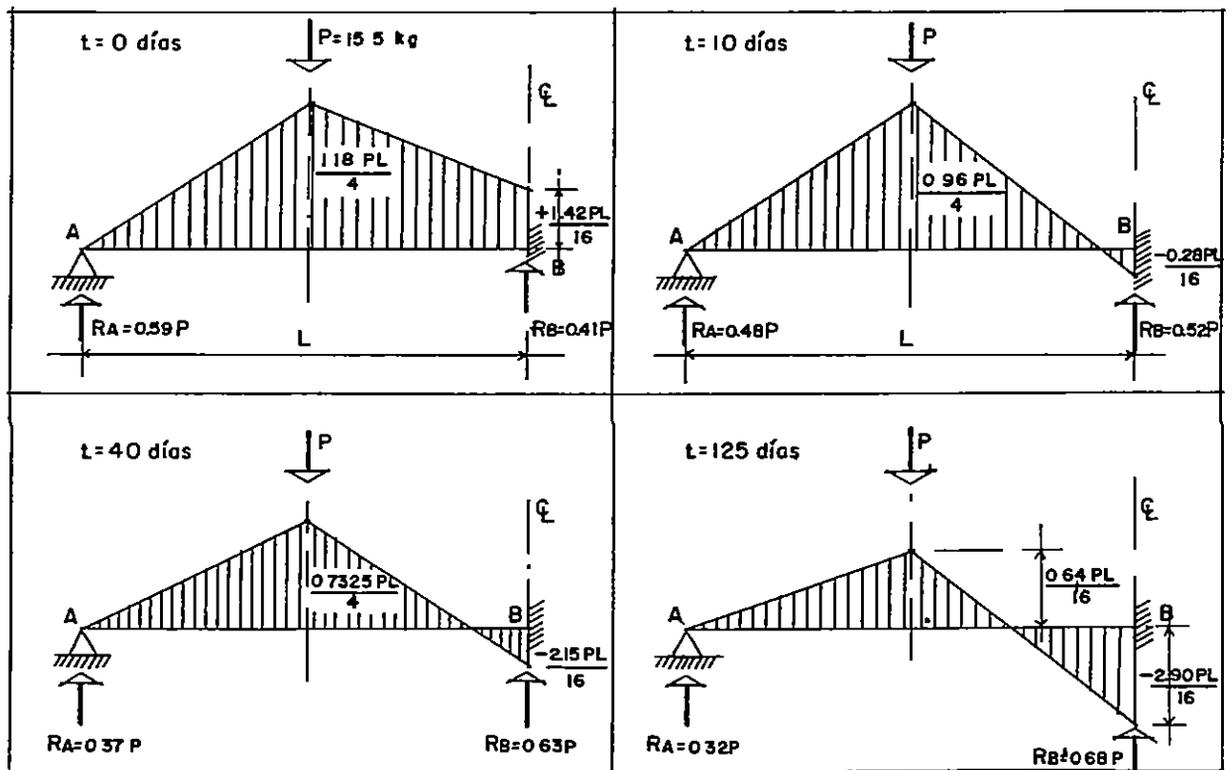
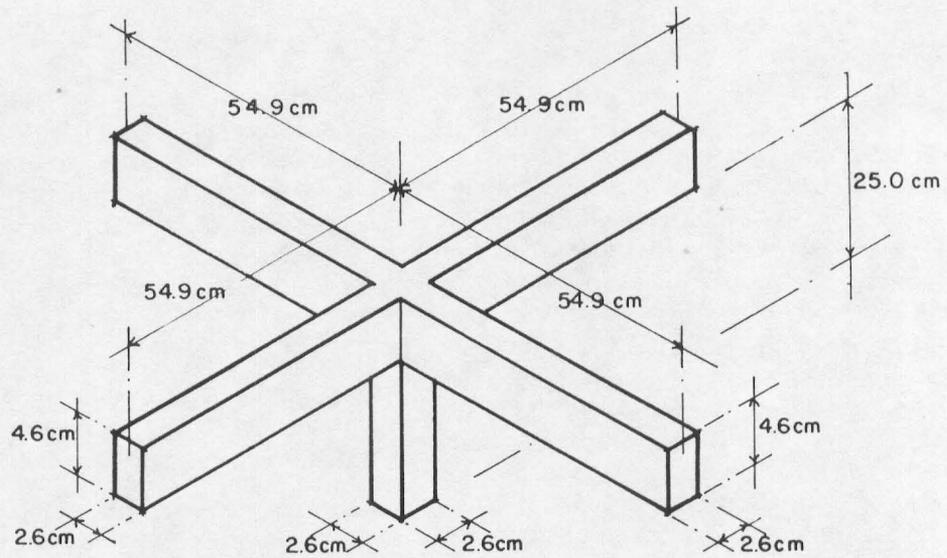
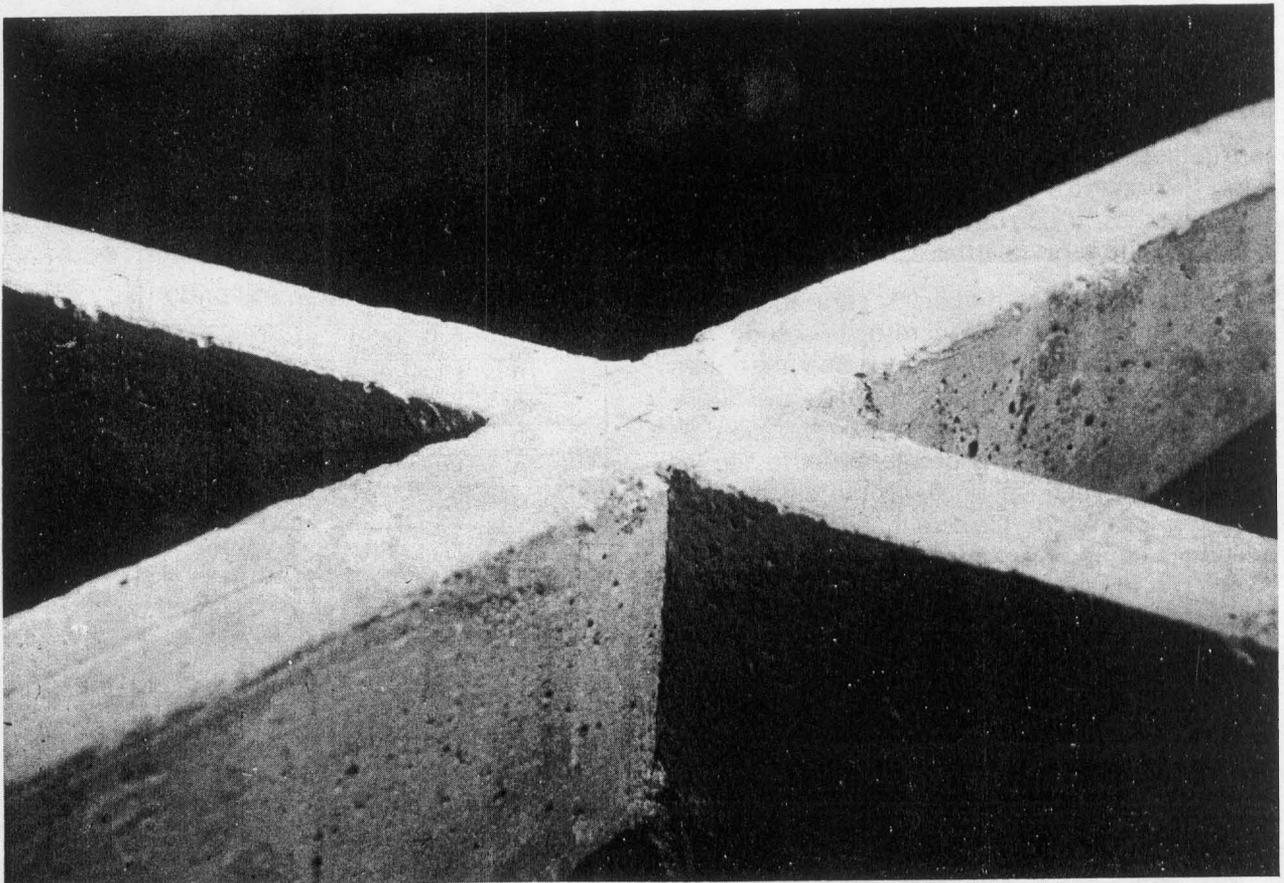


Fig 6. Diagrama de momentos flexionantes en la viga AB, en diversos días después de cargado el marco



**a) DIMENSIONES DE LOS MARCOS DE MICROCONCRETO**



**b) ASPECTO DEL NUDO DE LOS MARCOS DE MICROCONCRETO**

*Fig 7. Características de los marcos de microconcreto empleados durante los experimentos*

Se diseñaron tres marcos de microconcreto con los criterios tradicionales, obteniéndose las dimensiones mostradas en la fig 7, buscando que las cargas aplicadas sobre las vigas provocasen esfuerzos máximos y elementos mecánicos que correspondiesen a condiciones normales de trabajo. Se logró que las secciones transversales más esforzadas estuviesen sometidas a momentos flexionantes, calculados por métodos tradicionales, iguales a 0.19 del momento que provocaría la falla del concreto y 0.21 del que provocase la fluencia del refuerzo. Estas condiciones tratan de reproducir las que se presentan normalmente en estructuras. Para fines de comparación, se diseñaron tres vigas libremente apoyadas de iguales dimensiones y refuerzo que las vigas del marco, que trabajasen a los mismos niveles de esfuerzo, para definir las constantes viscoelásticas de las mezclas empleadas, en combinación con refuerzo mediante varillas de cobre moleteadas y estribos.

Usando dispositivos se aplicaron las cargas en los puntos medios de los claros y se midieron, mediante deformómetros mecánicos, los desplazamientos en el centro de los claros de las vigas.

Se colocaron celdas de presión bajo el apoyo central D del marco, para medir la reacción central que se generó durante todo el tiempo en que la carga se aplicó sobre el marco.

Así, podría llegar a establecerse la variación de los momentos flexionantes sobre el apoyo central de las vigas de los marcos, y corroborar los resultados obtenidos del desarrollo teórico antes establecido.

Se construyeron soportes metálicos para apoyar los marcos tridimensionales de concreto, buscando que los desplazamientos relativos entre los apoyos fuesen despreciables en comparación con los provocados por la carga en los marcos de microconcreto reforzado. Se logró que la magnitud de los desplazamientos de los apoyos fuese del orden de la centésima parte de los provocados en los marcos. De esta manera se cumplen las condiciones de apoyo rígido supuestas en el análisis.

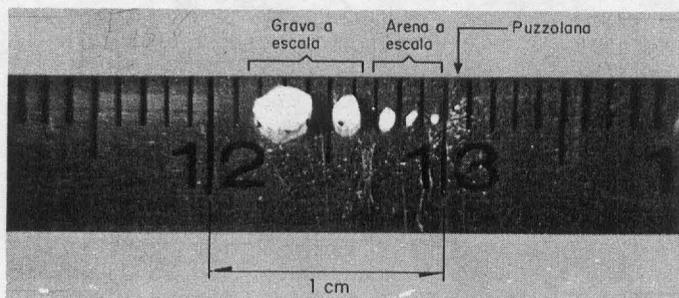


Fig 8. Tamaño de los agregados usados en el microconcreto

## 6. MATERIALES EMPLEADOS

Las dimensiones de los modelos a escala hicieron necesario crear un microconcreto reforzado con comportamiento mecánico similar al concreto reforzado, y características de deformación tales que permitiesen la aparición de desplazamientos suficientemente grandes para ser medidos mediante deformómetros mecánicos de carátula.

Para reproducir la mezcla de concreto deberían aparecer fases similares, que presentasen alta deformabilidad, baja resistencia, manejabilidad y baja contracción de fraguado, para evitar agrietamiento previo al trabajo mecánico provocado por las cargas.

Fue escogido un agregado pumítico, con la granulometría relativa mostrada en la fig 8, y se emplearon puzolanas activadas para disminuir la contracción de fraguado en elementos de pequeñas dimensiones.

Se hicieron proporcionamientos de mezclas con cemento portland tipo II, usando diversas relaciones agua-cemento, buscando que los módulos secantes de las mezclas fuesen del orden de 20 000 kg/cm<sup>2</sup>.

TABLA 1.  
GRANULOMETRIA DE LOS AGREGADOS

Malla No.	Porcentaje que pasa	Porcentaje retenido	Peso retenido (gr/kg)
8	100	0	0
16	95	5	50
30	50	45	450
50	10	40	400
100	5	5	50
200	0	5	50

TABLA 2. PROPIEDADES DE LA MEZCLA

Características	Valor
Peso volumétrico seco agregado	860 kg/m <sup>3</sup>
Densidad relativa	1.95
Absorción	18 %
Consistencia normal	255 % P.M.
Densidad relativa del cemento	3.15
Densidad relativa de la puzolana	2.50

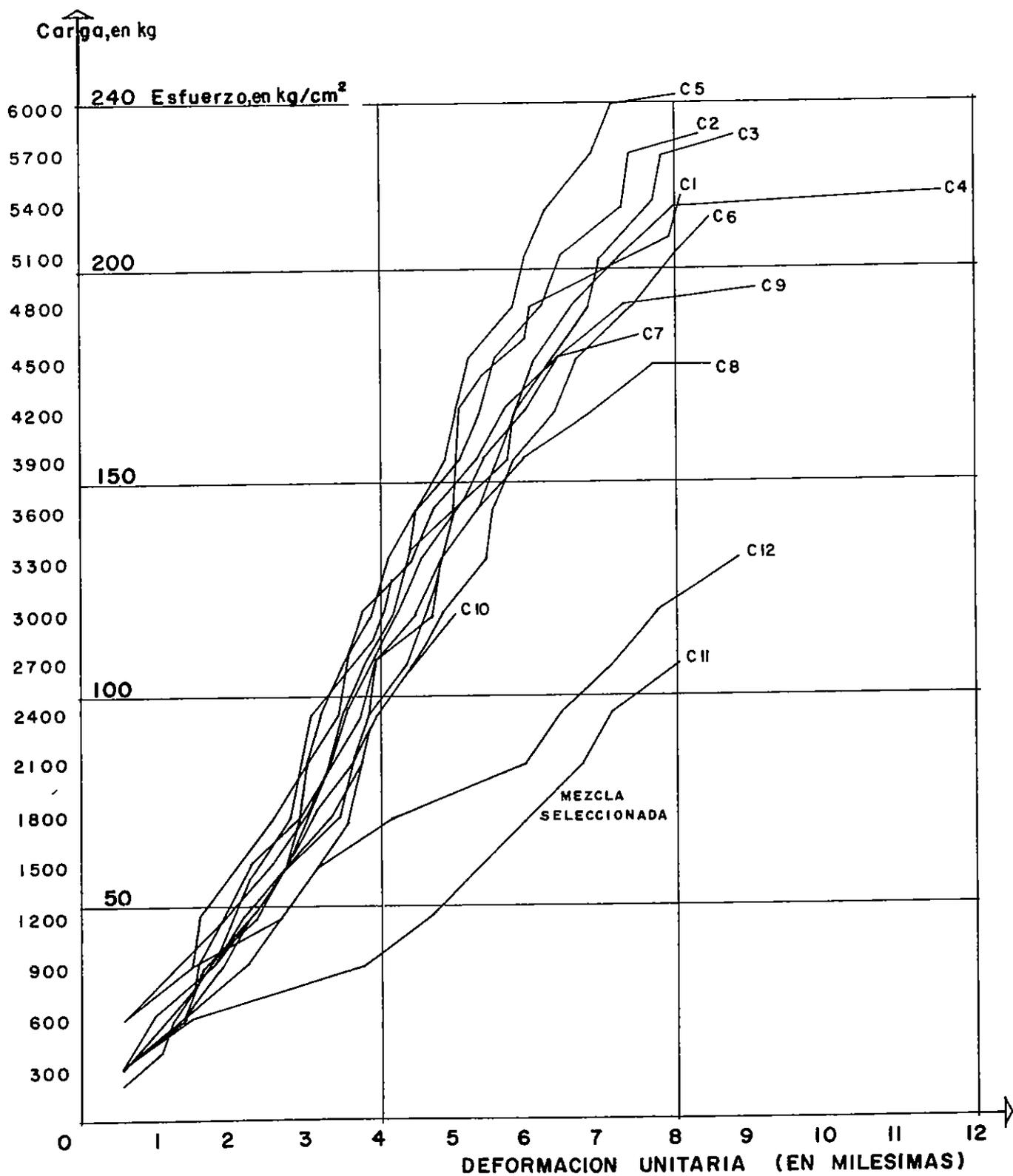


Fig 9 Diagramas esfuerzo-deformación unitaria, obtenidos de cubos con mezclas de prueba, ensayados tres días después de colados (velocidad de carga 70 kg/seg)

En la fig 9 se muestran las curvas esfuerzo-deformación obtenidas de cubos de 5 cm de lado, al ser probados en una máquina universal, a velocidades de carga de 70 kg/seg, las pruebas se hicieron en cubos curados a vapor durante un día, se llevaron a cabo tres días después de colados los especímenes

Se selecciono la mezcla cuyas características resultaron mas favorables, en la fig 9 aparece marcada con C 11. Sus características granulométricas se muestran en la tabla 1, y las propiedades físicas de los componentes en la tabla 2.

El proporcionamiento seleccionado estaba formado por puzolana activada, 5.5 por ciento, cemento tipo II, 19.4 por ciento, agregados pumíticos, 50.5 por ciento, agua, 24.6 por ciento. La relación agua-cemento, en peso, resulto ser igual a 0.7

Los cubos de prueba ensayados a los tres días dieron una resistencia igual a 137 kg/cm<sup>2</sup>

Se prepararon tres mezclas de 11.10 kg cada una, de tal manera que se pudieran colar simultaneamente un marco, una viga, dos cilindros de 5 x 10 cm y tres cubos de 5 cm de lado, buscando conservar la relación agua-cemento en las mezclas, sin embargo, se notó

que la segunda mezcla resultó más fluida que las dos restantes, debido a la humedad existente en la revoladora, tras colar la primera mezcla, la tercera se realizo despues de secar el interior de la revoladora, antes de colocar los agregados

Los marcos y vigas, dentro de sus moldes, fueron vibrados en una mesa vibratoria a alta velocidad, simultáneamente con los especímenes de control

Los marcos, vigas y especímenes de control, fueron colocados en un cuarto húmedo, con humedad relativa de ciento por ciento a una temperatura de 21°, durante 28 días. Se descimbraron y se mantuvieron a temperatura constante, hasta colocarlos en los marcos de prueba

Se ensayaron cilindros y cubos a compresión, y cilindros en compresión diametral, para definir las propiedades mecánicas de las mezclas, en el instante en que se inició el proceso de carga en los marcos de microconcreto. Las propiedades mecánicas aparecen en la tabla 3

A partir de los registros de pruebas, se obtuvieron los valores de los módulos secantes usando los diagramas esfuerzo-deformación unitaria (figs 10 a 12). El

TABLA 3 RESISTENCIA DE LAS MEZCLAS SELECCIONADAS

Mezcla	Cilindro en compresión (kg/cm <sup>2</sup> )	Cubos en compresión (kg/cm <sup>2</sup> )				Cilindro en prueba brasileña (kg/cm <sup>2</sup> )
		1	2	3	Promedio	
MARCO 1	173.2	176.8	—	—	176.8	17.83
MARCO 2	147.0	180.40	186.80	196.40	187.86	20.37
MARCO 3	167.0	180.00	199.20	208.00	195.71	25.08
PROMEDIO	$f_{cp} = 162.4$				186.77	21.09
					$= 1.15 f_{cp}$	$= 0.13 f_{cp}$

TABLA 4. MODULOS SECANTES OBTENIDOS DE PRUEBAS EN COMPRESION

Mezcla	Cilindros	Cubo 1	Cubo 2	Cubo 3	Promedio
MARCO 1	15.903	25.400	26.200	32.200	27.931
MARCO 2	12.381	11.200	—	—	11.200
MARCO 3	13.469	27.200	24.500	25.500	25.733
Promedio	13.916				24.600

Valores en kg/cm<sup>2</sup>

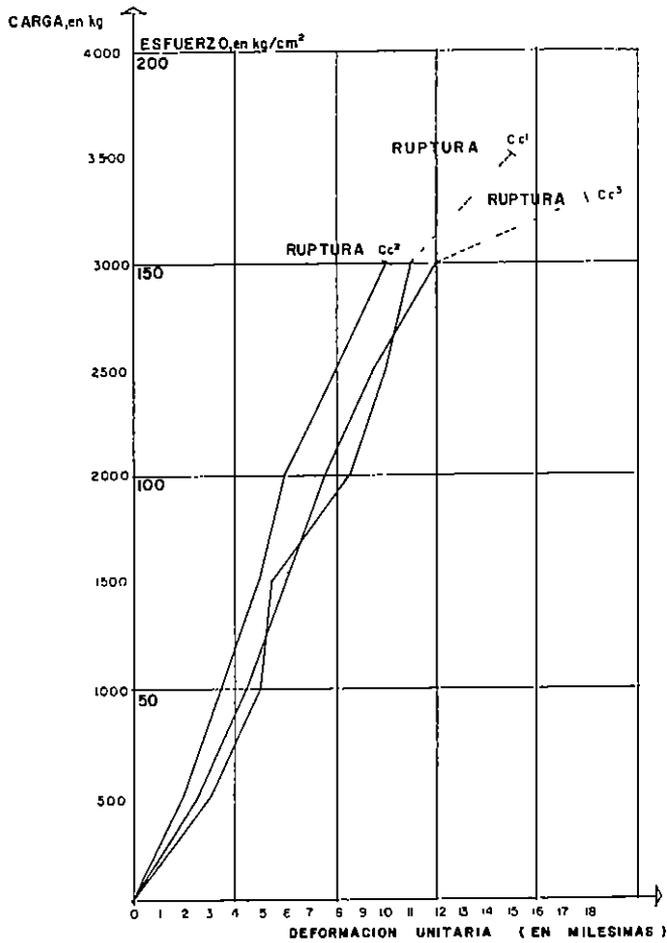


Fig 10. Diagramas esfuerzo-deformación, obtenidos de pruebas de cilindros (vel. de carga 70 kg/seg)

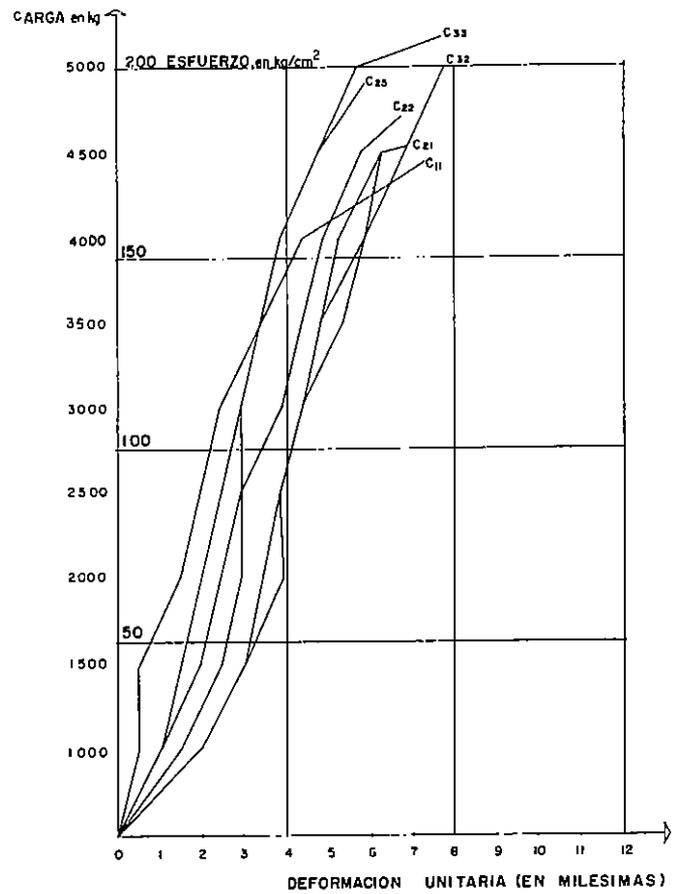


Fig 11. Diagramas esfuerzo-deformación, obtenidos de pruebas en cubos (velocidad de carga 70 kg/seg)

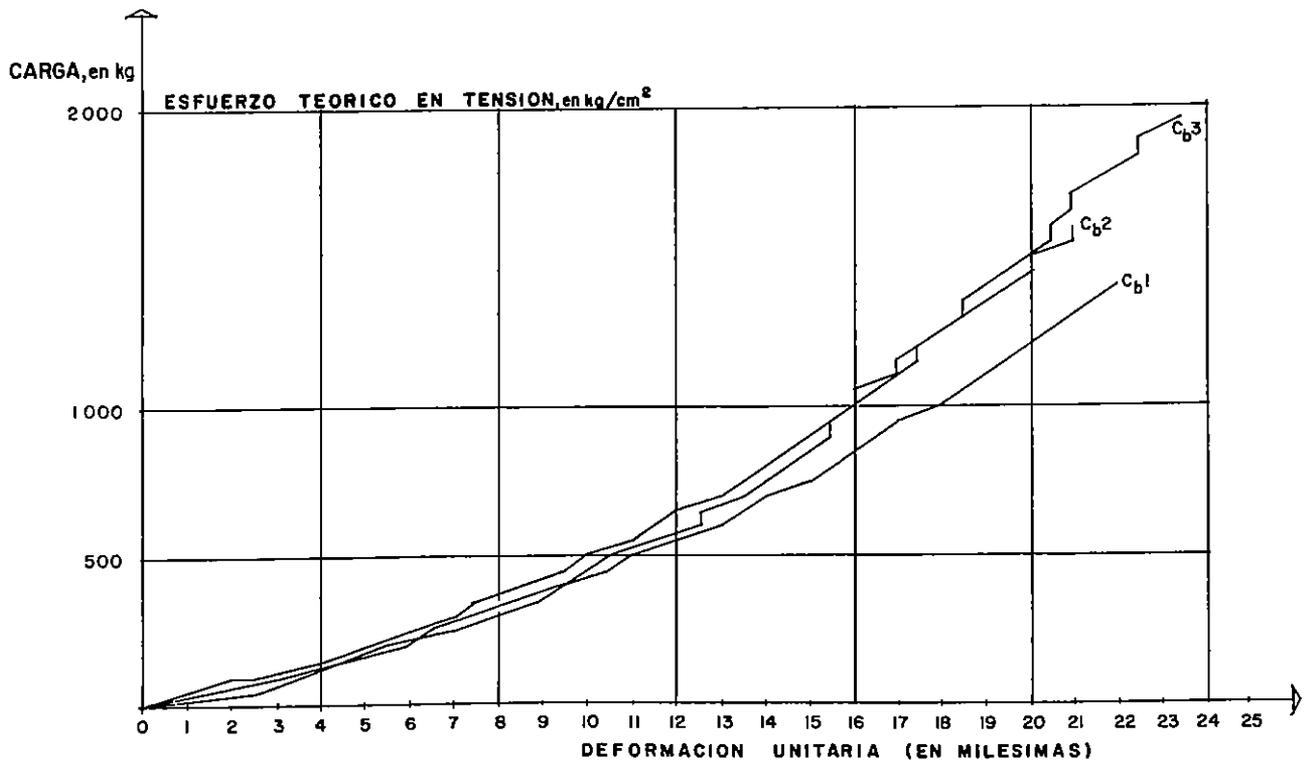


Fig 12. Diagramas esfuerzo deformación obtenidos de pruebas de cilindros en compresión diametral (vel de carga 10 kg/seg)

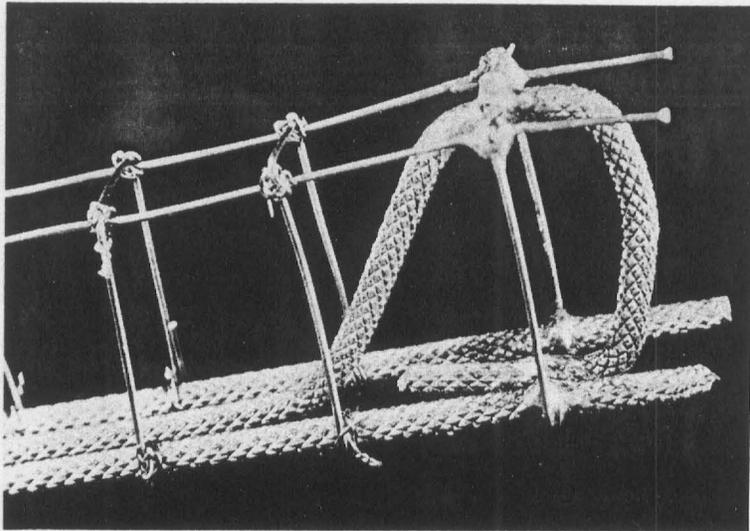


Fig 13. Refuerzo del microconcreto, en las cercanías de un apoyo

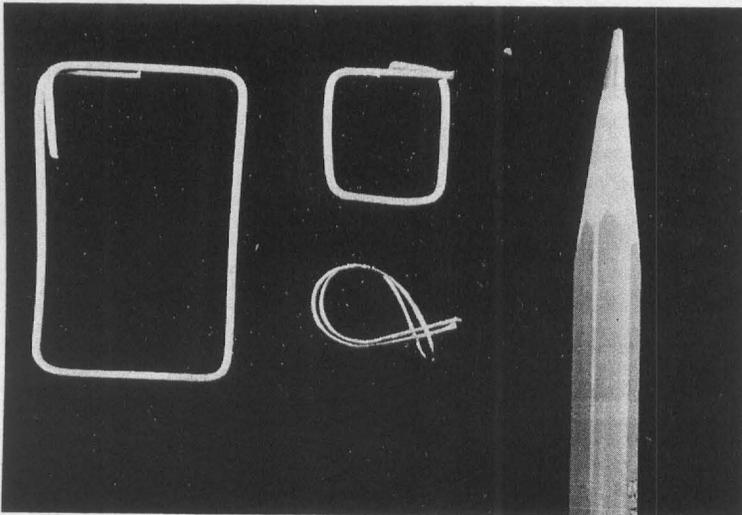


Fig 14. Estribos de cobre, usados como refuerzo en traveses y columnas de los marcos de microconcreto

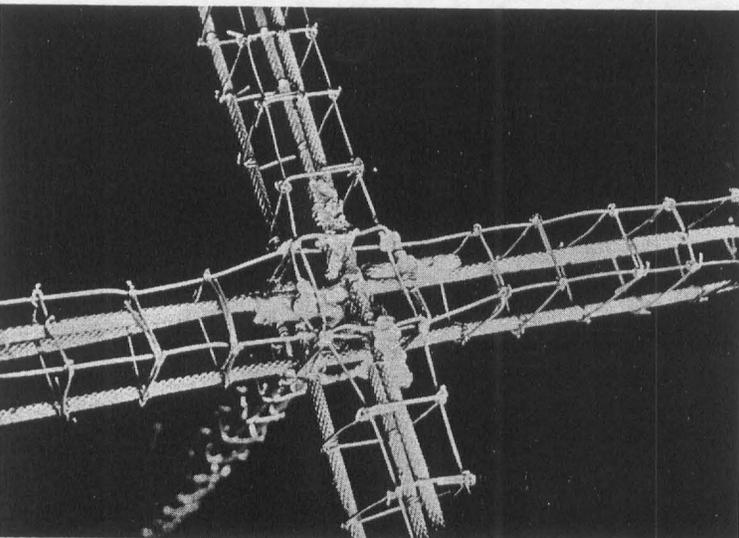


Fig 15. Refuerzo del marco de microconcreto, cerca de la unión de traveses y columnas

módulo secante se determinó usando el punto del diagrama colocado a 50 por ciento del esfuerzo de ruptura de cada espécimen. Los valores aparecen en la tabla 4.

Se observa que los módulos obtenidos de cilindros resultaron menores que los correspondientes de pruebas de cubos, los cuales presentaron facilidad de reproducción. Se nota, además, que la mezcla 2 presentó resistencia y deformabilidad inferiores a las correspondientes a las mezclas 1 y 3. Esta diferencia influyó de manera sensible en el comportamiento de los modelos a escala construidos con esa mezcla, como se menciona más adelante.

Para reforzar los marcos y vigas de prueba, fue necesario desarrollar un sistema que permitiese adherencia entre las varillas y el microconcreto, y que la relación modular entre ambos materiales estuviese en el intervalo comúnmente encontrado en concreto reforzado.

Fue escogido alambre de cobre semiduro como refuerzo. Para lograr buena adherencia, se moleteó mediante extrusión en un torno, de tal manera que se generaron pirámides de base romboidal, similares a las estudiadas en la ref 4, para lograr similitud de comportamiento hasta la falla con el concreto reforzado.

Se usó alambre de 3.4 mm de diámetro como refuerzo principal, con resistencia a la ruptura de 4 888 kg/cm<sup>2</sup>, antes de ser moleteado.

Para conocer las propiedades del alambre después de moleteado, se llevaron a cabo tres pruebas de tensión en una máquina universal. Los resultados indicaron bastante ductilidad, con una deformación unitaria de fluencia del orden de  $6 \times 10^{-3}$ , en una longitud de 30 cm. Se notó una disminución en la deformación unitaria de fluencia por efecto de moleteado, ya que el alambre liso presentó una deformación unitaria de fluencia de  $17 \times 10^{-3}$ . Este resultado es explicable por la alteración de la estructura cristalográfica del cobre, debido al trabajo mecánico de extrusión. Sin embargo, la ductilidad lograda permitió realizar dobleces sin que se presentase falla.

El esfuerzo de fluencia en las tres pruebas osciló entre 1 123 y 1 292 kg/cm<sup>2</sup>, con un valor medio de 1 200 kg/cm<sup>2</sup>.

En la fig 13 se muestra el extremo de la armadura de refuerzo próximo a un apoyo, para ilustrar el aspecto final; se puede observar la existencia de estribos y amarres para sujeción de las varillas. Los estribos fueron hechos con varilla lisa de cobre de 1 mm de diámetro.

Tanto los estribos empleados en traveses y columnas de los modelos con el alambre usado para unir varillas, aparecen en la fig 14.

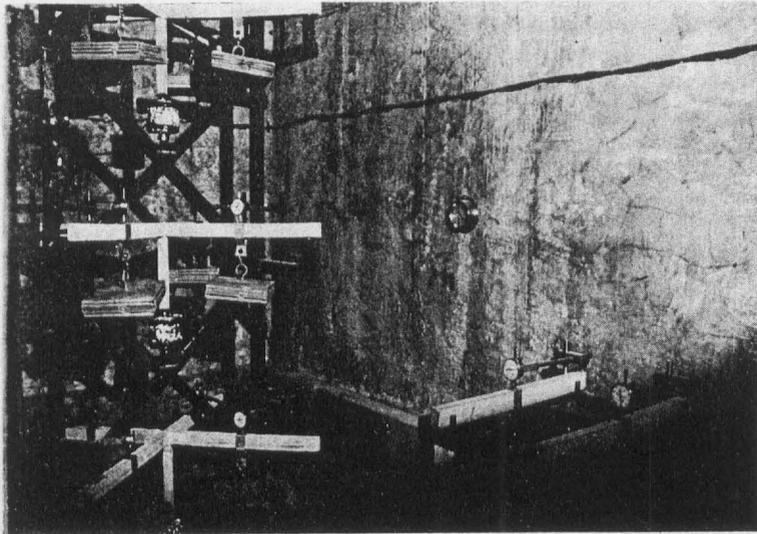


Fig 16. Marcos de microconcreto cargados, colocados en el marco de prueba

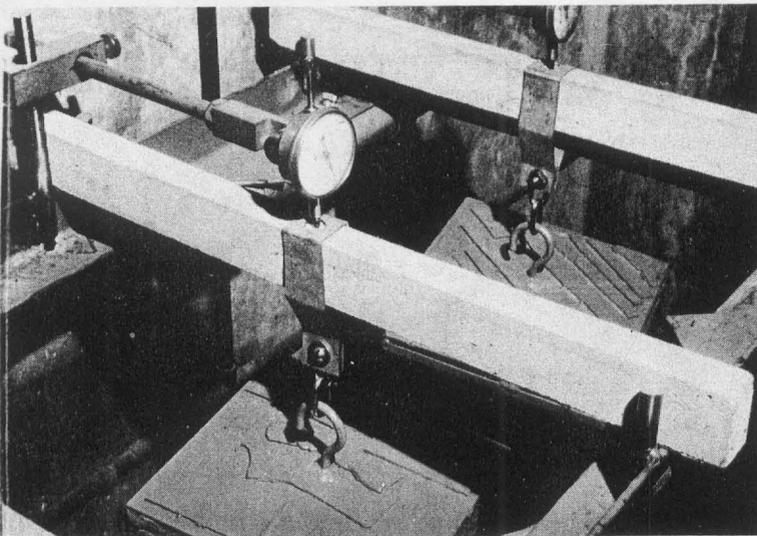


Fig 17. Vigas de microconcreto, sometidas a la acción de cargas constantes, mostrando la instrumentación necesaria para definir las constantes viscoelásticas

La fig 15 presenta el armado de los marcos de microconcreto en la vecindad de la unión con la columna. Se observa que parte del refuerzo positivo inferior se corrió de extremo a extremo de las vigas, colocándose una varilla sobre el apoyo para tomar en cuenta la existencia de momento negativo. La razón de correr el refuerzo inferior fue evitar la posibilidad de daño provocada por la inversión del signo del momento flexionante, descrita en el cap 4. Se usó soldadura de estaño en las uniones del nudo para mantener la posición relativa de las varillas.

## 7. DESPLAZAMIENTO DE LOS MARCOS Y VIGAS DE CONTROL

Los marcos tridimensionales de microconcreto se colocaron en un marco metálico de prueba, como se observa en la fig 16. Cada modelo estaba soportado por cuatro apoyos libres y un transductor colocado bajo la columna central. El transductor consistía fundamentalmente en un cilindro de acero hueco, en cuya periferia se colocaron cuatro celdas SR-4, conectadas en puente abierto, para medir las deformaciones unitarias del cilindro cuando se aplicaba carga axialmente. Las dimensiones del cilindro eran lo suficientemente grandes para permitir desplazamientos muy pequeños, así como para generar niveles de esfuerzo suficientemente bajos, con objeto de impedir la existencia de movimiento del cero de las celdas eléctricas.

Adicionalmente, en los cuatro puntos medios de las trabes de los marcos se colocaron deformómetros de carátula, para registrar los desplazamientos que producían las cuatro cargas de 15.5 kg aplicadas bajo los puntos de medición de desplazamientos; la razón para medir su evolución era establecer la existencia de desplazamientos crecientes, lo cual implicaba la modificación de los elementos mecánicos en los miembros de microconcreto.

Los marcos se encontraban dentro de un cuarto con paredes aisladas, a fin de reducir las posibles variaciones de humedad y temperatura; se colocaron aparatos para registrar las modificaciones en contenido de humedad relativa dentro del cuarto, así como la variación de la temperatura.

Los marcos se cargaron mediante pesas de 15.5 kg puestas sobre abrazaderas metálicas que permitían que la dirección y la magnitud de la carga permaneciesen constantes.

Al mismo tiempo que se ponía la carga en los marcos, se colocó también la carga en las vigas de control, como se ve en la fig 17. Las vigas tenían deformómetros de carátula en el punto medio para registrar la evolución de los desplazamientos y definir las constantes viscoelásticas de las mezclas empleadas en las vigas y marcos colados simultáneamente.

Se registraron los desplazamientos verticales en vigas y marcos durante un periodo de 95 días, anotando al mismo tiempo las temperaturas y humedades relativas que se presentaron en los instantes de medición. Se midieron simultáneamente las deformaciones unitarias en los transductores, mediante un puente BL-120, siguiendo la técnica de invertir las terminales mediante un sistema de contactos, para detectar el movimiento del cero del aparato de medición. Los transductores habían sido calibrados antes de las pruebas, mostrando características bien definidas, y también

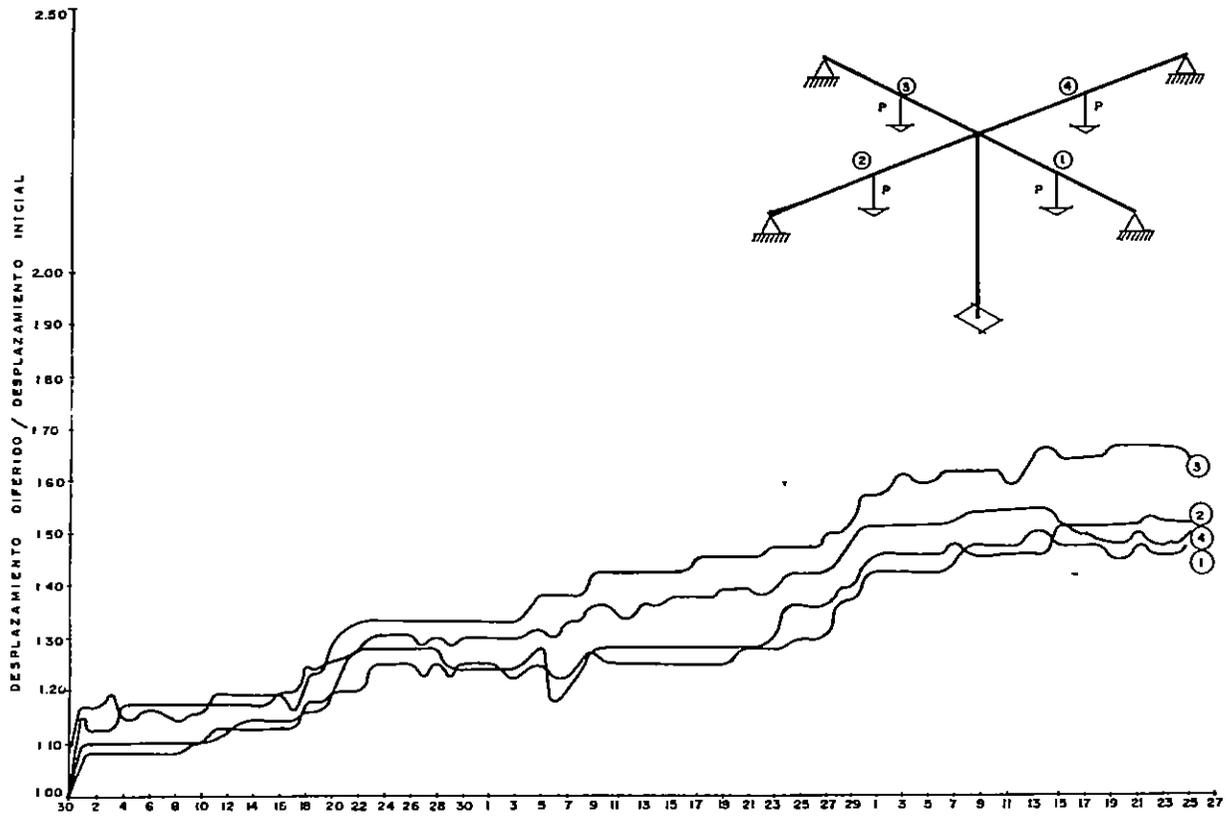


Fig 18 Variación de los desplazamientos en los puntos cargados del marco 1

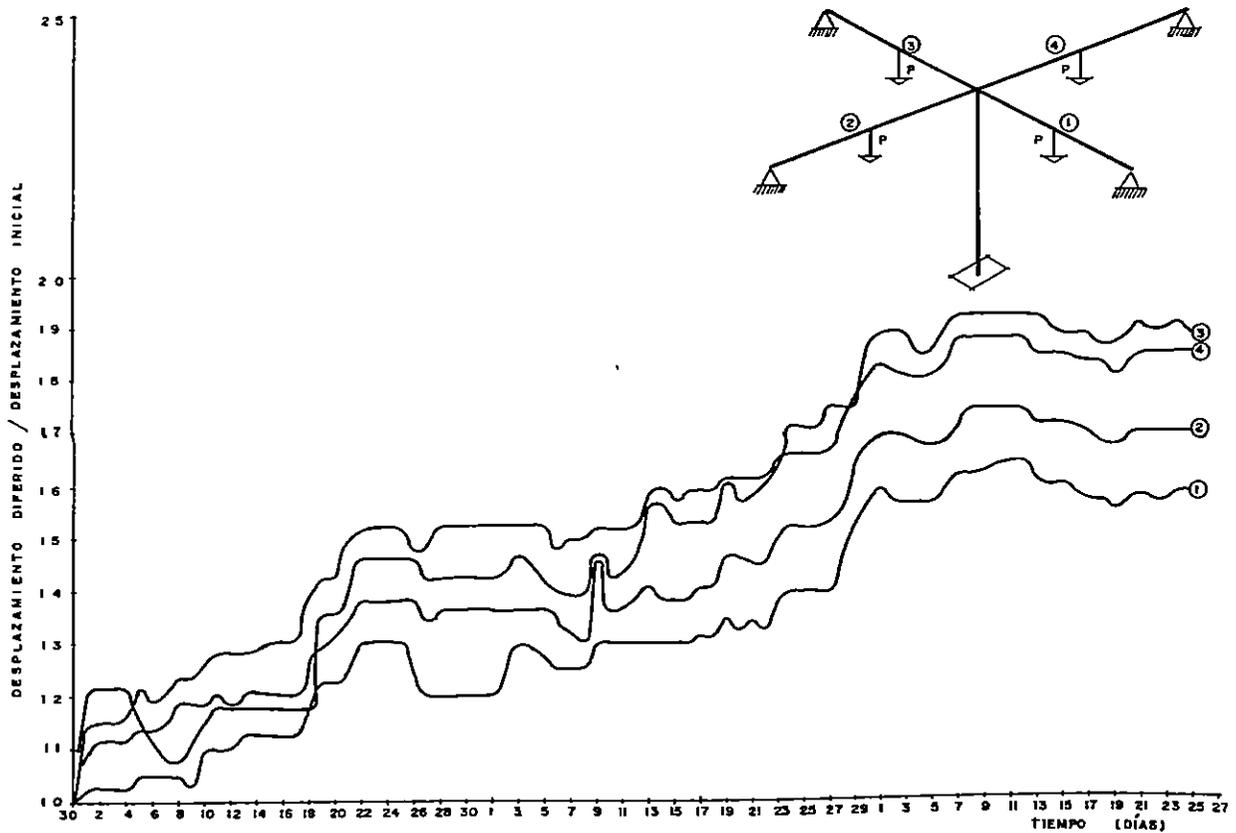


Fig 19. Variación de los desplazamientos en los puntos cargados del marco 2

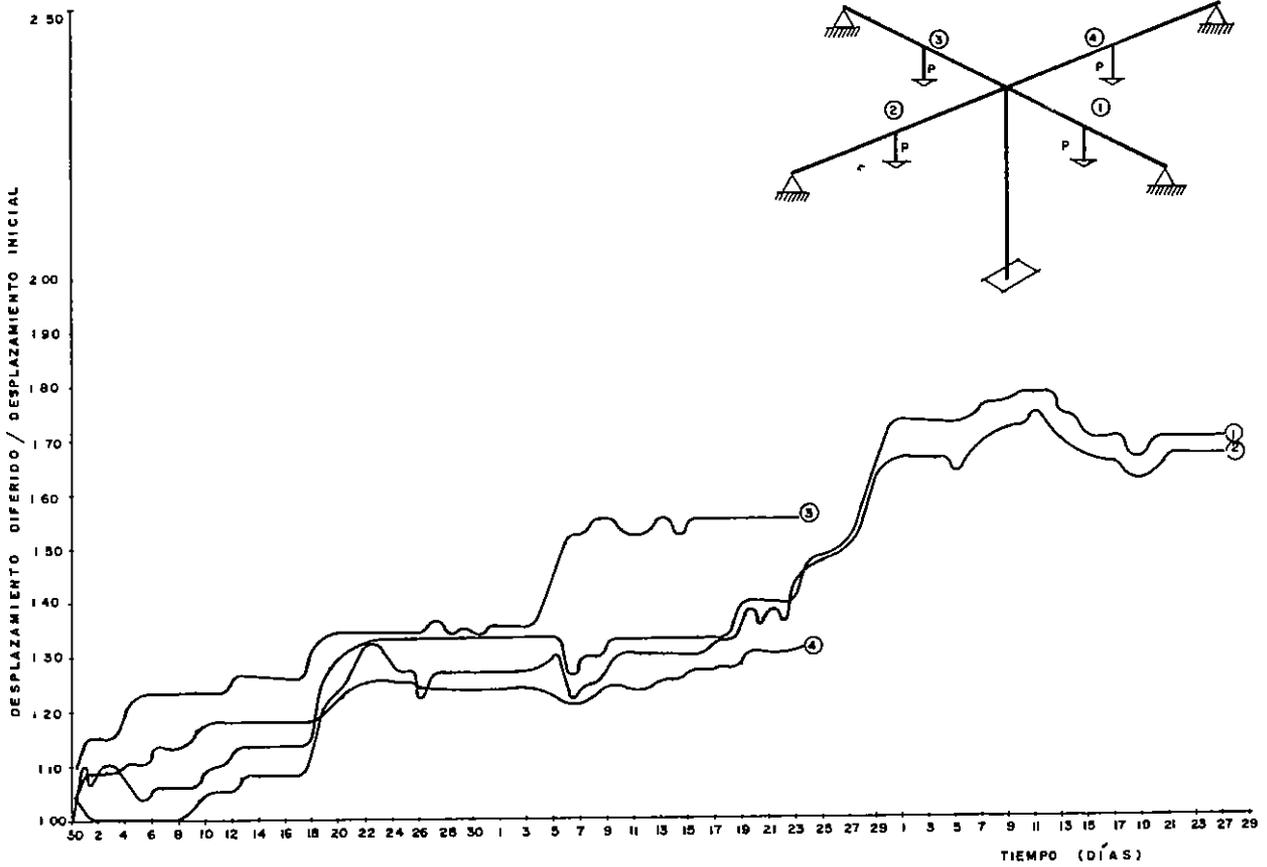


Fig 20 Variación de los desplazamientos en los puntos cargados del marco 3

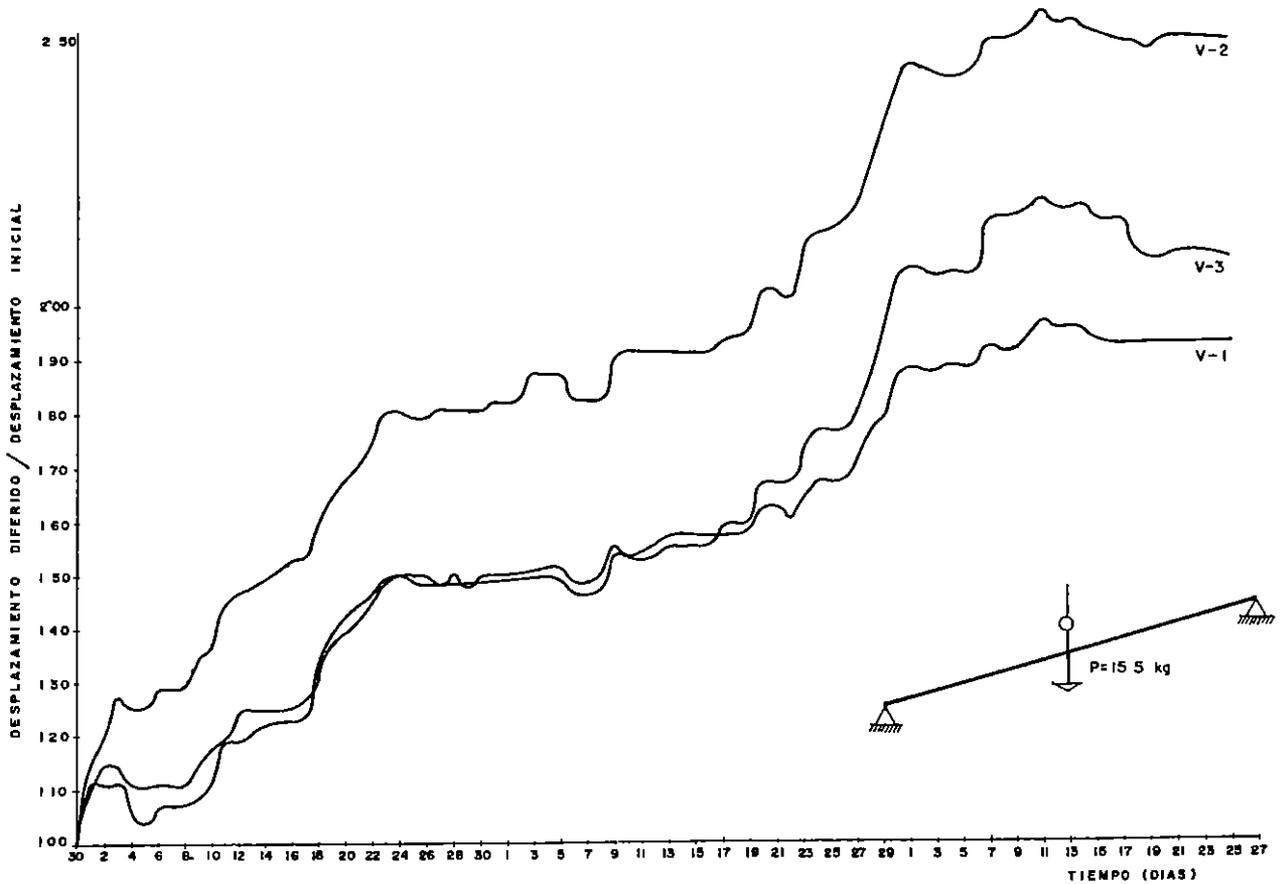


Fig 21. Variación de los desplazamientos en los puntos cargados de las vigas de control

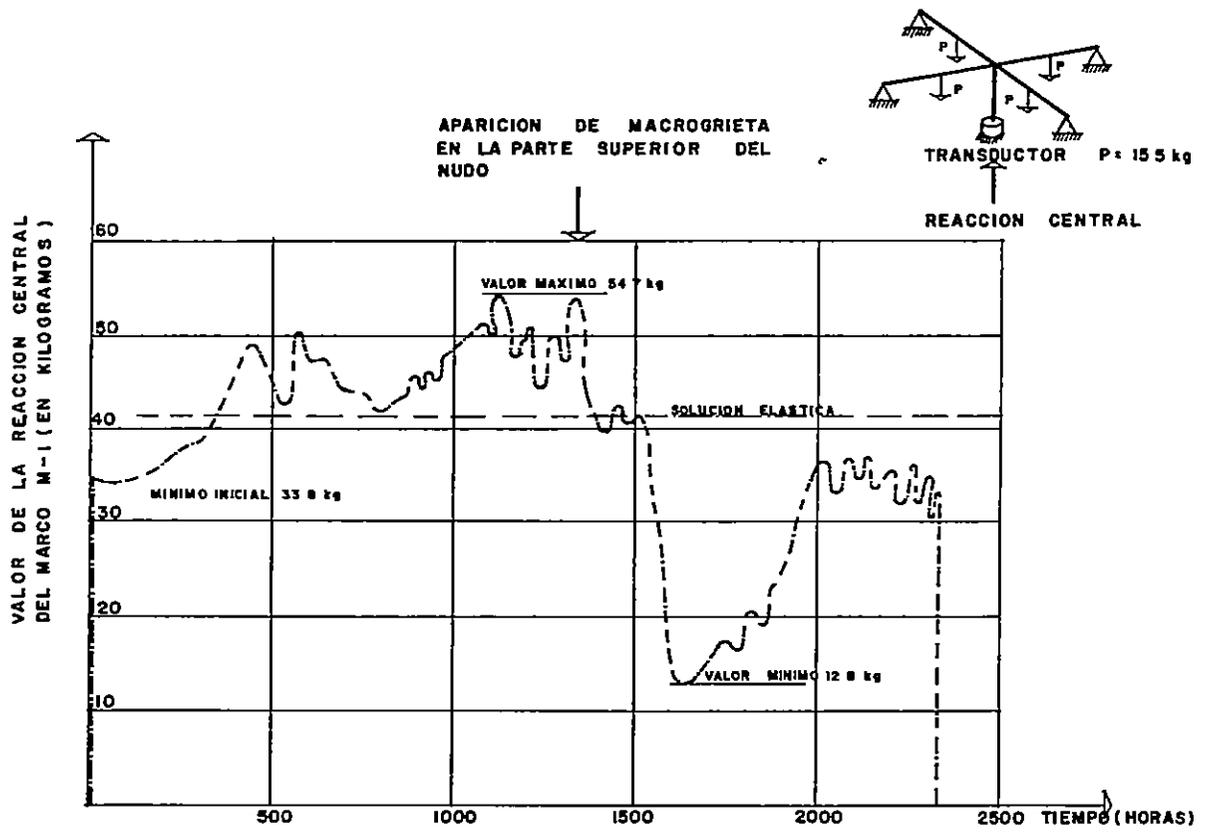


Fig 22. Variación de la reacción central de un marco tridimensional de microconcreto

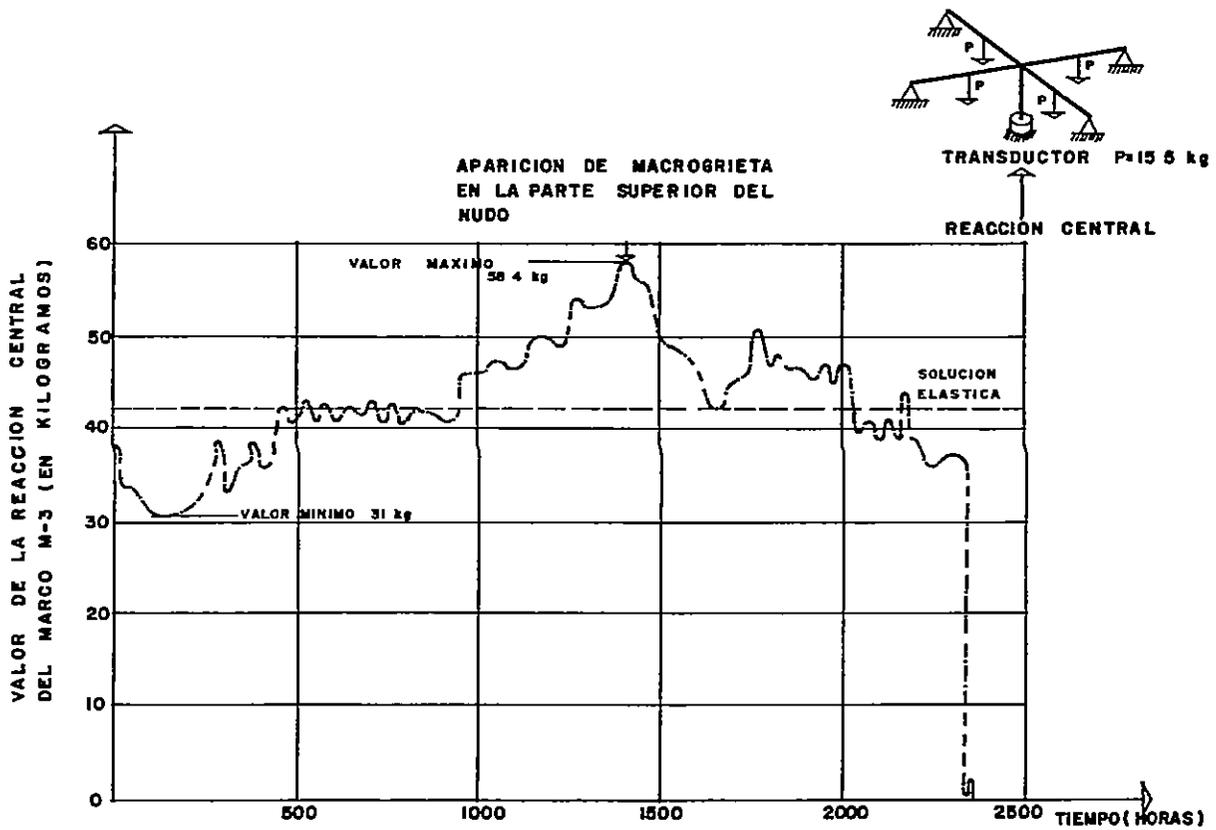


Fig 23. Variación de la reacción central de un marco tridimensional de microconcreto

después de terminadas las pruebas, para detectar algún cambio en su respuesta cuasilínea. Se observó que las lecturas obtenidas de los marcos 1 y 3 eran satisfactorias, mientras que no lo eran las correspondientes al marco 2. Por ello, aquí solo se hace referencia a la variación de reacciones en los marcos 1 y 3.

En las figs 18 a 21 se ha representado la variación de desplazamientos en los puntos de medición, colocando sobre el eje vertical el cociente entre el desplazamiento en un instante cualquiera y el desplazamiento inicial registrado al aplicar la carga sobre los marcos.

De esta manera se tiene una idea comparativa para estimar la importancia de las deformaciones diferidas en el comportamiento de los marcos y vigas de microconcreto.

En las figs 22 y 23, se muestra la variación de las reacciones en el apoyo central de los marcos 1 y 3.

## 8 DETERMINACION DE LAS CONSTANTES VISCOELASTICAS

Las mediciones de desplazamientos en las vigas de control permitieron determinar las constantes viscoelásticas. Para ello, al aplicar la teoría viscoelástica a

una viga libremente apoyada, con una carga central, los desplazamientos que se producen quedan definidos por (ref 3)

$$v_{\max} = \frac{PL^3}{24I} (2\omega + \Omega) \left[ \frac{1}{G_M} + \frac{1}{q_0} \frac{\omega - \Omega}{2\omega + \Omega} + \frac{t}{\eta_M} + \frac{1}{G_K} (1 - e^{-\frac{t}{\tau_K}}) \right] \quad (8.1)$$

donde

- $v$  = desplazamiento en el centro del claro
- $P$  = magnitud de la carga
- $I$  = momento de inercia de la sección transversal
- $L$  = claro total
- $c$  = semiperalte de la viga
- $b = 2c/L$
- $\omega = 8 + 24b^2$
- $\Omega = 36b^2$
- $\frac{1}{G_{RB}} = \frac{1}{G_M} + \frac{1}{q_0} \frac{\omega - \Omega}{2\omega + \Omega}$

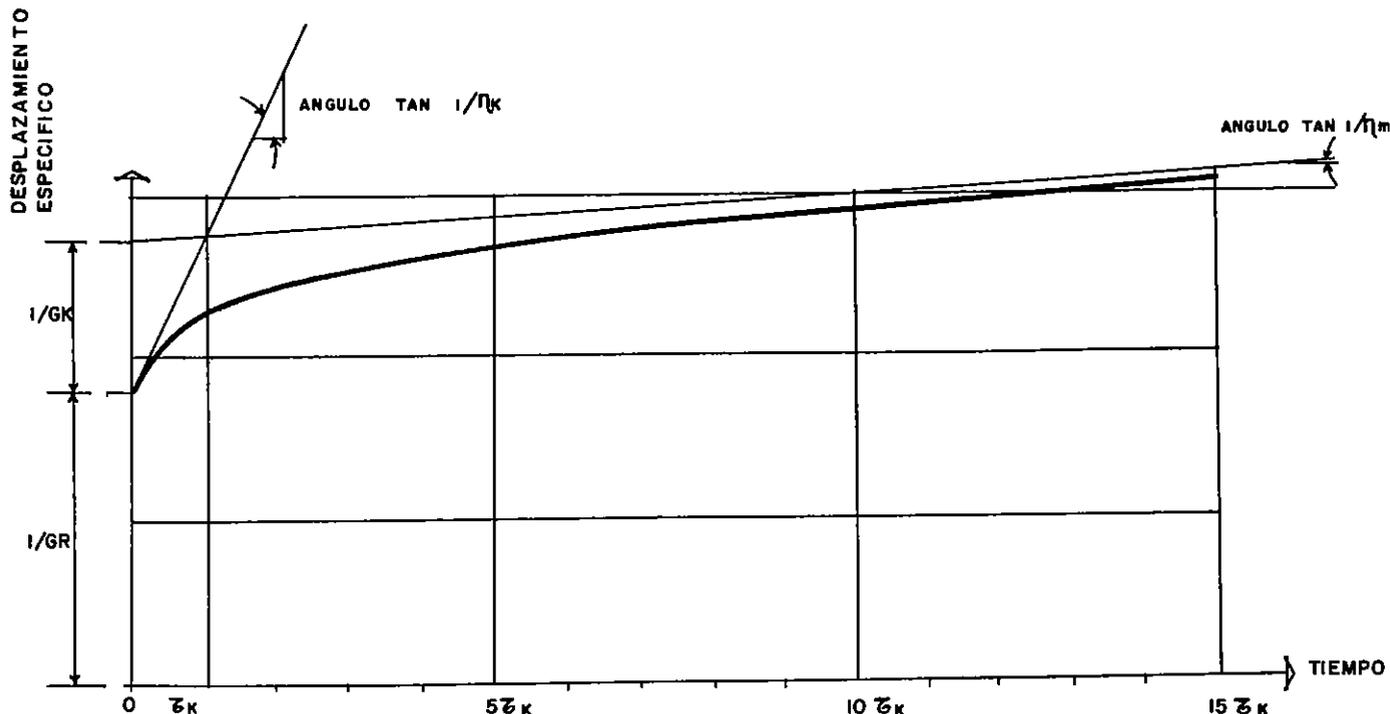


Fig 24. Variación teórica del desplazamiento específico en el centro de una viga viscoelástica, sometida a la acción de una carga constante en el centro del claro

Usando el concepto de desplazamiento específico, definido como el cociente que se obtiene de dividir el desplazamiento en un instante cualquiera entre el inicial, y multiplicar por

$$\frac{24I}{PL^3} \frac{v_o}{2\omega + \Omega}$$

es posible establecer el valor de las constantes viscoelásticas para cada viga

En la fig 24 se muestra la variación de los desplazamientos específicos en función del tiempo, cuando se aplica la teoría viscoelástica. Asimismo, se observa la construcción gráfica que puede llevarse a cabo para definir los valores numéricos de las constantes viscoelásticas.

Se recurrió a un procedimiento analítico, que permite obtener las constantes a partir de los valores medidos de los desplazamientos verticales mediante el establecimiento de un sistema no lineal de ecuaciones en las constantes viscoelásticas. Este procedimiento ha sido programado para un ordenador digital B 6 500, en lenguaje Fortran, y permite obtener los valores numéricos de las constantes viscoelásticas.

El procedimiento se ajustó de manera que el valor medio del cociente obtenido dividiendo los valores medidos de la deformación específica entre el valor teórico resultante al aplicar la ec 8.1 fuese próximo a 1, con error menor de 0.03 por ciento.

En la tabla 5 aparecen los valores de las constantes obtenidos mediante el programa, para las tres mezclas empleadas en las vigas de microconcreto reforzado. La desviación estándar y la variancia se refieren a los valores de los cocientes antes mencionados. En la tabla también aparecen los valores calculados de  $\tau_R$ , obtenidos usando la ec 3 11, así como la relación que guardan con  $\tau_K$ , escrita dentro de paréntesis.

Las constantes indican que las vigas no tuvieron la misma estructura cristalográfica, ni los mismos defectos. Sin embargo, el orden de magnitud resulta similar y se encuentra en el intervalo que debería ocupar, según la clasificación de materiales estructurales, con base en sus características viscoelásticas, propuesta por el autor (ref 3).

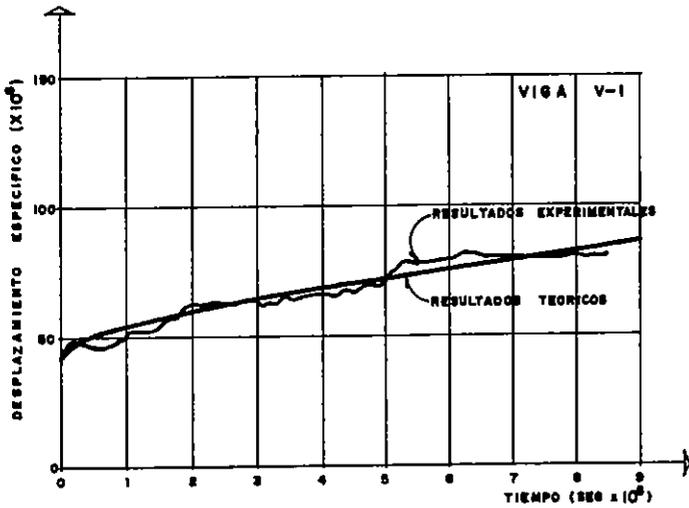
La viga 2 presentó características viscoelásticas diferentes a las de las vigas 1 y 3, ya que, como se mencionó antes, su módulo secante resultó ser menor. Esto es atribuible al cambio en la relación agua-cemento de la mezcla empleada para construirla.

Es de llamar la atención la similitud que existe entre el valor promedio de  $G_{RB}$  obtenido de las vigas y el del módulo secante obtenido al probar los cubos de las mezclas usadas en los ensayos.

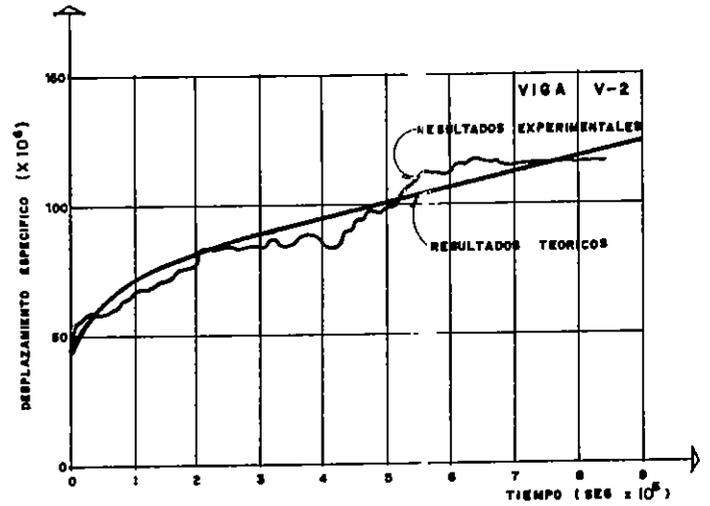
Para ilustrar la similitud entre el modelo teórico seleccionado y las mediciones, en la fig 25 se muestran curvas obtenidas de la teoría y los resultados experimentales.

TABLA 5. CONSTANTES VISCOELASTICAS OBTENIDAS AL SOMETER A CARGA CONSTANTE A LAS VIGAS DE MICROCONCRETO REFORZADO

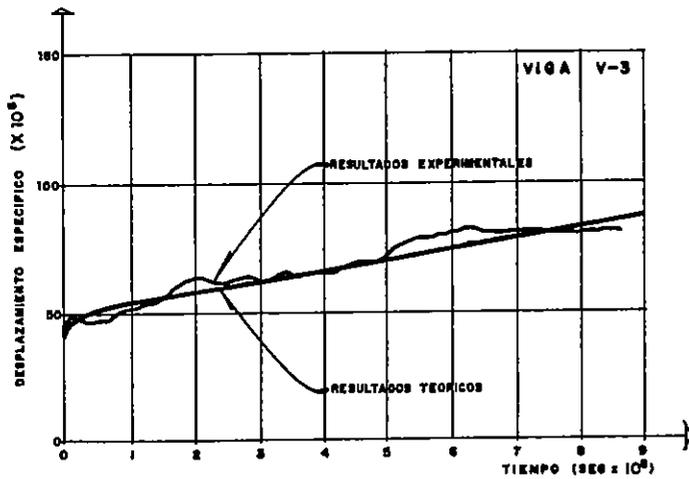
Preza	$G_{RB}$ kg/cm <sup>2</sup>	$G_k$ kg/cm <sup>2</sup>	$\eta_k$ kg seg/cm <sup>2</sup>	$\eta_M$ kg seg/cm <sup>2</sup>	$\tau_K$ días	$\tau_R$ días	Variancia	Desviación estándar
VIGA 1	24 079	84 252	$0.7522 \times 10^{11}$	$2.7388 \times 10^{11}$	10.33	28.38 (2.746)	0.0024	0.049
VIGA 2	21 753	38 435	$0.2913 \times 10^{11}$	$1.7701 \times 10^{11}$	8.77	13.31 (1.517)	0.0048	0.069
VIGA 3	25 934	106 941	$1.1095 \times 10^{11}$	$2.2431 \times 10^{11}$	12.01	31.35 (2.611)	0.0045	0.067
PROMEDIO	23 922	76 542	$0.7177 \times 10^{11}$	$2.2506 \times 10^{11}$	10.37	24.35 (2.348)	—	—



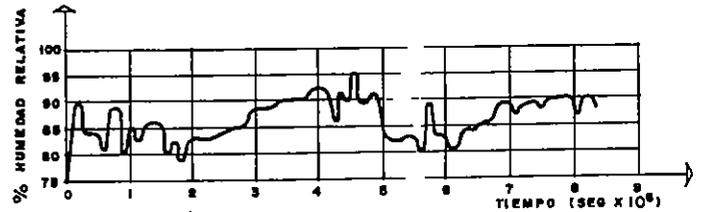
a) DESPLAZAMIENTOS ESPECIFICOS EN VIGA V-1, OBTENIDOS DE MEDICIONES, Y MEDIANTE EL MODELO TEORICO



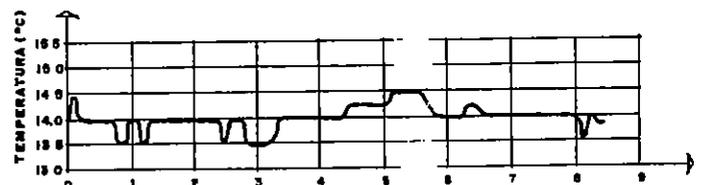
b) DESPLAZAMIENTOS ESPECIFICOS EN VIGA V-2, OBTENIDOS DE MEDICIONES, Y MEDIANTE EL MODELO TEORICO



c) DESPLAZAMIENTOS ESPECIFICOS EN VIGA V-3, OBTENIDOS DE MEDICIONES, Y MEDIANTE EL MODELO TEORICO



d) VARIACION DE LA HUMEDAD RELATIVA DURANTE LA PRUEBA



e) VARIACION DE LA TEMPERATURA DURANTE LA PRUEBA

Fig 25. Comportamiento de las vigas de control, comparado con el modelo teórico

Las diferencias que se observan entre ellas son debidas a modificaciones de la temperatura y de la humedad relativa del lugar donde se llevaron a cabo las pruebas. Debe hacerse notar que en el modelo teórico se considera que la humedad relativa y la temperatura permanecen constantes. Sin embargo, el comportamiento de las vigas sigue las características del modelo cuando se consideran cambios de temperatura (refs 4 y 5).

Además, se observa una oscilación de los valores experimentales respecto a la curva teórica, que en los primeros días es atribuible a los esfuerzos residuales y al proceso de carga seguro.

### 9. RESULTADOS OBTENIDOS

Tanto las vigas de control como los marcos de microconcreto presentaron variación de desplazamientos en función del tiempo. Las características del comportamiento fueron cualitativamente similares a las obtenidas usando el modelo matemático.

Las reacciones de los marcos indicaron variación en función del tiempo, con una ley en todo similar a la descrita por la ec 4.3, mientras las condiciones de humedad y temperatura permanecieron prácticamente constantes.

La reacción en el apoyo central, en los marcos 1 y 3, siguió una ley de variación similar a la obtenida mediante estática, considerando la variación del momento flexionante sobre el apoyo, con suficiente aproximación, durante las primeras 900 horas.

Al considerar los valores de las constantes viscoelásticas de cada mezcla, y aceptando que la reacción central queda definida por

$$R_D = \frac{3}{4} \left[ \frac{1 - 8\alpha/3}{1 + \alpha} \right] P \left[ \frac{1 - 2 G_R/G_K}{1 - \tau_K/\tau_R} \right] + 2P \quad (9.1)$$

cuando se aplican las cargas, se encontró que los valores teóricos de las reacciones en el apoyo central de los marcos 1 y 3, eran iguales a  $2.45 P$  y  $2.53 P$ , respectivamente. Las mediciones experimentales fueron  $2.38 P$  y  $2.44 P$  para los marcos 1 y 3, que representan el 97.1 y el 96.4 por ciento de los valores teóricos definidos mediante la ec 9.1. Esta semejanza implica un error del orden de magnitud esperado, ya que el modelo matemático se aproxima al comportamiento, en pruebas controladas, en ese orden de magnitud.

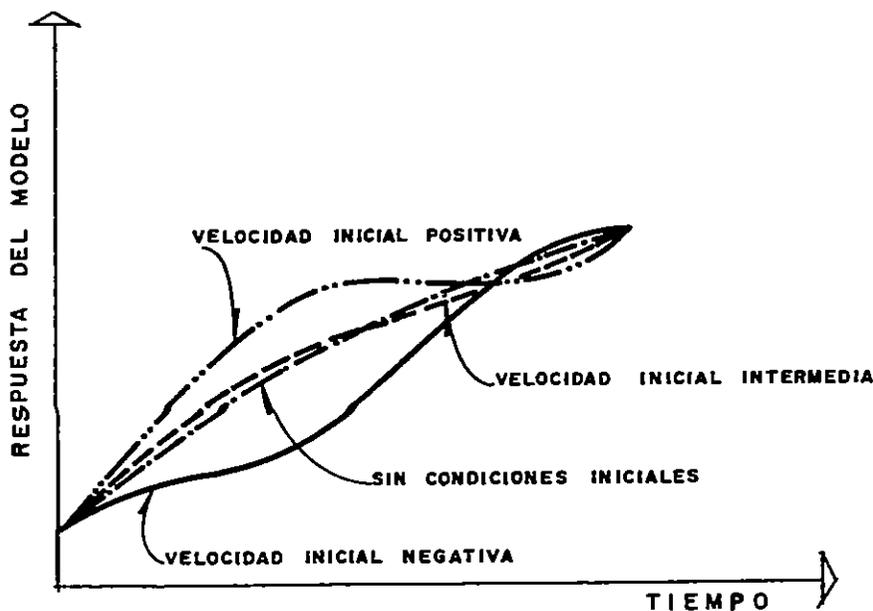


Fig 26. Efecto de condiciones iniciales, de velocidad de esfuerzo, en la respuesta teórica del modelo

Se encontró que, después de cargados los marcos, la evolución de las reacciones presentó oscilaciones respecto al valor teórico, debido a la existencia de condiciones residuales de esfuerzo y deformación, que se asemejan a las obtenidas en el modelo matemático, el considerar velocidades iniciales de esfuerzo, como se ve en la fig 26, calculada mediante el empleo de un circuito análogo en una calculadora analógica TR-45

Al pasar el tiempo, la evolución de las reacciones tiende al valor que resulta de aplicar la teoría elástica, sin desplazamiento relativo de apoyos, que coincide con el obtenido a partir de la ec 4.2, hasta antes de las 900 horas, donde se presentó una tendencia creciente en el valor de la reacción, la cual crece hasta valores próximos a los que se presentarían considerando que las vigas actúan como ménsulas unidas a la columna, incrementándose el momento sobre el apoyo hasta  $PL/2.12$  cuando transcurrieron 1 400 horas. Debido a que el momento era muy superior al de diseño, apareció la primera macrogrieta sobre la columna y en los puntos de doblez del refuerzo negativo. Este cambio es atribuible, según lo muestran los registros de humedad y temperatura y las mediciones de desplazamientos en vigas de control, a un cambio sensible en la humedad relativa del cuarto de pruebas.

Después de presentarse la macrogrieta y desaparecer el continuo, el modelo matemático deja de ser aplicable, y las mediciones experimentales mostraron una tendencia a disminución de la reacción central, hasta que, al cabo de 2 700 horas, tiende a alcanzar niveles similares a los que se presentaron al iniciarse la prueba.

Este cambio de valores de las reacciones puede ser visualizado de la siguiente manera

Al iniciarse el experimento, la columna se acorta y el marco tiende a funcionar principalmente como una retícula de trabes. Al presentarse el proceso viscoelástico de deformación, las trabes tienden a desplazarse más rápidamente que la columna, la cual emerge en el centro, incrementando la reacción, esto provoca la aparición de la macrogrieta sobre la columna, y tiende a desaparecer la continuidad, el marco busca una condición de equilibrio similar a la que se tendría si las trabes estuviesen libremente apoyadas sobre la columna central.

Las experiencias realizadas indicaron que durante los primeros tres meses después de colocar las cargas sobre los marcos de microconcreto, se presentan cambios muy importantes en los valores de las reacciones, que inducen una redistribución severa en los momentos flexionantes que se presentan en diversas secciones transversales. Durante un intervalo de tiempo del orden de  $1.4 \tau_R$ , la evolución de desplazamientos,

reacciones y momentos flexionantes, puede ser suficientemente descrita por el modelo viscoelástico, mientras las condiciones de humedad y temperatura permanecen constantes.

La aparición de cambios importantes en la humedad relativa puede inducir redistribución de momentos flexionantes en los marcos, que puede conducir a la desaparición del continuo, al presentarse macrogrietas en ellos. Esta desaparición del continuo vuelve a introducir cambios importantes, que conducen a la desaparición de la hiperestaticidad de los marcos, tendiendo a formar estructuras en las cuales los elementos mecánicos se aproximan a los que se presentan en vigas libremente apoyadas.

## 10. COMENTARIOS FINALES

La evidencia obtenida de las pruebas realizadas en los marcos de microconcreto, así como la mostrada por Mattock (ref 6) en vigas continuas de concreto preforzado, indican que al mantener estructuras hiperestáticas de concreto reforzado ante la acción de cargas que permanecen constantes, se presentan cambios apreciables, y en ocasiones muy grandes, en los valores de los momentos flexionantes inducidos en los miembros de las estructuras, durante sus primeros meses de vida.

Los resultados mostrados indican la necesidad de ampliar estas investigaciones para llegar a conocer la redistribución de momentos flexionantes en estructuras hiperestáticas, y poder explicar colapsos poco tiempo después de descimbrarse, al presentarse inversión en los signos de momentos flexionantes, esta inversión depende de los valores relativos de las constantes viscoelásticas que gobiernan el comportamiento de los miembros de concreto reforzado.

Se puede afirmar que, en el instante en que se carga una estructura, los elementos mecánicos que se generan en las diversas secciones transversales no son los que se obtienen mediante análisis elásticos, ni de articulaciones plásticas, sino que en ocasiones pueden presentarse distribuciones completamente diferentes, que hacen necesario el refuerzo de las secciones transversales, mediante acero colocado en zonas de compresión.

En caso de recurrir al análisis elástico de estructuras de concreto en que las cargas permanentes resultan ser el factor predominante en su comportamiento, se deben tomar precauciones especiales, que pueden evaluarse realizando un análisis viscoelástico de la estructura, con valores representativos de las constantes que se emplean en el análisis para simular el comportamiento mecánico del concreto reforzado.

## 11. RECONOCIMIENTO

El autor hace patente su reconocimiento a las personas que contribuyeron a este trabajo, particularmente a Juan Manuel Begovich Garfias, quien desarrolló los modelos de microconcreto. La sección de análisis experimental de esfuerzos, del Instituto de Ingeniería, facilitó equipo de medición para llevar a cabo los experimentos. Se agradece a Emilio Rosenblueth y Oscar de Buen su revisión crítica

## REFERENCIAS

1. N. Rodríguez Cuevas. "Observations on mechanical behaviour of materials". *Proc. Interamerican Conference on Materials Technology. ASME.* pp 78-86 (1968)
2. N. Rodríguez Cuevas. "Use of creep data to obtain properties of materials". *Materials and Structures. RILEM. No. 12. Vol. 2.* pp 431-436 (1969)
3. N. Rodríguez Cuevas. "Viscoelastic constants for a model representing the mechanical behaviour of materials". *Proc. Southampton Civil Engineering Materials Conference. Wiley Interscience.* pp 533-544 (1971)
4. M. Polivka, C. H. Best. "Investigation of the problem of creep in concrete by Dorn's method". *Dept. Civil Engineering. University of California. Berkeley* (1960)
5. A. M. Neville. "Influence of temperature on creep of concrete". *Proc. Southampton Civil Engineering Materials Conference. Wiley Interscience.* pp 703-718 (1971)
6. A. H. Mattock. "Precast-Prestressed concrete bridges 5. Creep and shrinkage studies". *Journal of the PCA. Vol 3, No 2.* pp 32-66 (1961)